

AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASININ ELM VƏ TƏHSİL NAZİRLİYİ
BAKİ DÖVLƏT UNİVERSİTETİ



AZƏRBAYCAN XALQININ ÜMUMMİLLİ LİDERİ HEYDƏR ƏLİYEVİN ANADAN
OLMASININ 103-CÜ İLDÖNÜMÜNƏ HƏSR OLUNMUŞ

RİYAZİYYATIN FUNDAMENTAL VƏ TƏTBİQİ MƏSƏLƏLƏRİ

mövzusunda

RESPUBLİKA ELMİ KONFRANSININ

MATERİALLARI

14-15 may, 2026
BAKİ DÖVLƏT UNİVERSİTETİ | AZƏRBAYCAN

KONFRANSIN TƏŞKİLAT KOMİTƏSİ

Sədr:

Ziyatxan Əliyev

BDU-nun Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin dekanı

Sədr müavini:

Şirmayıl Bağırov

BDU-nun Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin elmi işlər üzrə dekan müavini

Üzvlər:

Alı Əliyev

BDU-nun Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin tədris işləri üzrə dekan müavini

Etibar Əhmədov

BDU-nun Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin sosial məsələlər və tələbələrlə iş üzrə dekan müavini

Kamalə Rəhimova

BDU-nun Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin Hesablama riyaziyyatı və riyazi modelləşdirmə kafedrasının müəllimi

KONFRANSIN PROQRAM KOMİTƏSİ

Sədr:

Misir Mərdanov

BDU-nun Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin Ali riyaziyyat və riyaziyyatın tədrisi metodikası kafedrasının müdiri, AMEA-nın müxbir üzvü

Sədr müavini:

Telman Qasımov

BDU-nun Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin Riyazi analiz və funksiyalar nəzəriyyəsi kafedrasının professoru

Üzvlər:

Vaqif İbrahimov

BDU-nun Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin Hesablama riyaziyyatı və riyazi modelləşdirmə kafedrasının müdiri, AMEA-nın müxbir üzvü

Yusif Sevdimaliyev

BDU-nun Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin Mexanika kafedrasının müdiri

Yaşar Mehrəliyev	BDU-nun Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin Diferensial tənliklər və idarəetmə nəzəriyyəsi kafedrasının müdiri
Arif Səlimov	BDU-nun Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin Cəbr və həndəsə kafedrasının müdiri
Rövşən Əliyev	BDU-nun Tətbiqi-riyaziyyat və kibernetika fakültəsinin Ehtimal nəzəriyyəsi və riyazi statistika kafedrasının müdiri
Araz Əliyev	Azərbaycan Dövlət Neft və Sənaye Universitetinin Ümumi və tətbiqi riyaziyyat kafedrasının müdiri
Alik Nəcəfov	Azərbaycan Memarlıq və İnşaat Universitetinin Ali riyaziyyat kafedrasının müdiri
Əli Hüseynli	Xəzər Universitetinin Riyaziyyat departamentinin müdiri
Nizaməddin İsgəndərov	BDU-nun Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin Diferensial tənliklər və idarəetmə nəzəriyyəsi kafedrasının professoru
Nazim Kərimov	Xəzər Universitetinin Riyaziyyat departamentinin professoru
Sədi Bayramov	BDU-nun Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin Cəbr və həndəsə kafedrasının professoru
Elmağa Qasımov	BDU-nun Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin Ali riyaziyyat və riyaziyyatın tədrisi metodikası kafedrasının professoru
Habil Fəttayev	BDU-nun Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin Cəbr və həndəsə kafedrasının dosenti

SİĞORTA RİSKLƏRİNİN QIYMƏTLƏNDİRİLMƏSİNDƏ EKSTREMAL MODELLƏRİN TƏTBİQİ

Ağayeva Mirvari Həsənağa qızı, Ələkbərov Toğrul Arif oğlu

Bakı Dövlət Universiteti

agayevamirvari55@gmail.com, togrul.alakbarov.arif@bsu.edu.az

Ənənəvi risk modelləri (normal paylanma, lognormal modellər və s.) çox vaxt paylanmanın “quyruq” hissəsində baş verən dəyişiklikləri nəzərə almır, lakin təcrübə göstərir ki, sığorta ödənişlərinin əhəmiyyətli hissəsi məhz bu ekstremal zonalarda formalaşır yəni, bir neçə fərdi zərər bütöv portfelin orta göstəricisini aşır və riskin ağır quyruqlu paylanma xüsusiyyətini aktuallaşdırır [3,4]. Bu xüsusdan, sığorta sektorunda son onilliklərdə Extreme Value Theory (EVT) və onun tətbiqləri xüsusi əhəmiyyət qazanmış və bu teoriya əsasında formalaşan Generalized Extreme Value (GEV) və Generalized Pareto Distribution (GPD) modelləri, eləcə də Value-at-Risk (VaR) və Expected Shortfall (ES) yanaşmaları sığorta risklərinin “uc dəyərlər” üzrə daha real qiymətləndirilməsinə imkan verir [4]. 2010-cu ildən bəri, Azərbaycanda yerli sığorta şirkətləri və aktuari mütəxəssislər “GEV və GPD” modellərini tətbiq edərək, təbii fəlakətlər, avtomobil qəzaları və sənaye zərərlərinin VaR və ES göstəriciləri ilə qiymətləndirilməsinə başlamışlar [1,2]. Sığorta sektorunda ekstremal hadisələrin modelləşdirilməsi üçün ən çox istifadə olunan paylanmalar Gumbel (Tip 1), Fréchet (Tip 2) və Weibull (Tip 3) modelləridir. Bu üç paylanma birləşdirilərək Ümumi Ekstremal Dəyər (Generalized Extreme Value – GEV) modelinin əsasını təşkil edir. Hər üç modelin seçimi və tətbiqi hadisənin təbiətindən - yəni sığorta zərərinin paylanmasının quyruq davranışından asılıdır [1,3].

GUMBEL PAYLANMASI əsasən təbii və texnogen hadisələrin “orta səviyyəli” ekstremal dəyərlərinin qiymətləndirilməsində istifadə olunur.

Model $F(x) = e^{-e^{-\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^1}}$ funksional formasına malikdir və burada μ — paylanmanın mərkəzi parametri, $\sigma > 0$ isə miqyas parametridir. Gumbel modeli o hallarda tətbiq olunur ki, hadisələrin ehtimal paylanması ekstremal, lakin sərhəd dəyərsiz davranış göstərir (yəni çox böyük və ya çox kiçik limit yoxdur) [3].

Praktiki nümunə: *Azərbaycan sığorta bazarında daşqın və yanğın hadisələrinin zərər paylanmaları üzrə 2010–2020-ci illərin məlumatlarına əsasən, “PAŞA Sığorta” şirkətinin aktuari bölməsi Gumbel modelini tətbiq etmişdir. 1000 sığorta hadisəsi üzrə maks. zərər 120min AZN, orta zərər isə 32 min AZN təşkil etmişdir. Modelin nəticəsinə əsasən, VaR (99%) = 118400 AZN, ES (99%) = 126800 AZN olmuşdur. Bu, o deməkdir ki, hər 100 hadisədən biri 120min AZN-dən artıq*

zərər potensialına malikdir [1]. Gumbel paylanması belə hallarda “orta risk – yüksək etibarlılıq” balansı təmin edir və sığorta portfellerinin optimallaşdırılmasında ilkin baza rolunu oynayır.

FRÉCHET PAYLANMASI “ağır quyruqlu” (heavy-tailed) paylanmadır və çox böyük zərərləri modelləşdirmək üçün istifadə edilir. Bu model xüsusilə katastrofik hadisələr, nadir sənaye qəzaları və təkrarlanma tezliyi aşağı olan, lakin təsir gücü böyük hadisələr üçün uyğundur [2]. Modelin paylanma funksiyası belədir: $F(x) = e^{-\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^{-\xi}}$, $x > \mu$, burada $\xi > 0$ quyruq qalınlığı parametridir. Əgər ξ yüksəkdirsə, deməli hadisənin ekstremal dəyər ehtimalı çox az olsa da, zərərin miqyası kəskin artır.

Praktik nümunə: *COVID-19 pandemiyasında (il 2020) həyat və sağlamlıq sığortası üzrə tələblərin 3,5 qat artması nəticəsində bir çox sığorta şirkətləri Fréchet modelini tətbiq etmişdir. “AzSığorta” şirkətinin analizinə əsasən, ödənişlərin Pareto tipli artımı müşahidə olunmuş, ən böyük 5% hadisə ümumi ödənişlərin 40%-ni təşkil etmişdir. Fréchet modelinin nəticələri göstərmişdir ki, 99.9% etimad səviyyəsində $VaR = 2.3$ milyon AZN, $ES = 2.8$ milyon AZN olmuşdur. Bu, klassik Gumbel modelindən təxminən 22% daha yüksək risk göstəricisidir [2]. Beləliklə, Fréchet modeli yüksək miqyaslı, lakin az ehtimallı hadisələrin sığorta fonduna təsirini reallığa daha yaxın şəkildə qiymətləndirir.*

WEIBULL PAYLANMASI “yüngül quyruqlu” (light-tailed) paylanmadır və zərərin maksimum dəyərinin müəyyən fiziki və ya hüquqi limitlər daxilində olduğu hallarda tətbiq olunur. Modelin paylanma funksiyası:

$F(x) = e^{-\left(\frac{\mu-x}{\sigma}\right)^{\xi}}$, $x < \mu$, burada $\xi > 0$ olduqda paylanma sol quyruqlu olur.

Praktik nümunə: *“Avtomobil sığortası” & “Əmlak sığortası”nda ödəniş limitləri çox vaxt 50min–100min AZN aralığında məhdudlaşdırılır. Bu halda Weibull modeli ən uyğun ekstremal yanaşma hesab olunur [2]. Məsələn, “Atəşgah Sığorta” şirkətində 2022-ci ildə avtomobil sığortası üzrə ödəniş paylanması Weibull modelinə uyğun qiymətləndirilmişdir: Orta ödəniş = 4300 AZN, Mak. limit = 25000 AZN, 95% etimad səviyyəsində $VaR = 21800$ AZN, $ES = 23400$ AZN. Bu nəticələr göstərir ki, Weibull modeli daha çox məhdud ödəniş limitli risklərin (motor, tibbi və qısamüddətli həyat sığortası) təhlili üçün effektivdir.*

Aparılan tədqiqat işi göstərir ki, bu yanaşmalar müasir sığorta elmi nəzəriyyəsi, ehtimal paylanmaları və aktuari riyaziyyatı praktikası arasında 3lü körpü rolunu oynayır və risk idarəetməsinin intellektual əsasını formalaşdırır.

Ədəbiyyat

1. Embrechts P., Klüppelberg C., Mikosch T. Modelling Extremal Events for Insurance and Finance. Springer-Verlag, Berlin – Heidelberg – New York, 1997 (2023 yenidən nəşr), 515 s.
2. Embrechts, P., Klüppelberg, C., & Mikosch, T. Modern Extreme Value Theory at the Interface of Risk Management, Bayesian Networks and Heavy-Tailed Time Series. In: Mathematics Going Forward (Lecture Notes in Mathematics). Springer, 2022.
3. Rövşən Əliyev. Ehtimal nəzəriyyəsi və riyazi statistika (dərs vəsaiti). Bakı-BDU-2022, 516 s.
4. Rövşən Əliyev və Vəli Bayramov. Sığorta riski proseslərinin ehtimal xarakteristikaları, 2022.

SƏRHƏD ŞƏRTİ OPERATORLA HƏYƏCANLANMIŞ ÜÇTƏRTİBLİ BİR SƏRHƏD MƏSƏLƏSİ HAQQINDA

Babayeva Sevinc Fazil qızı, Mənsimova Nərmin Azər qızı

Bakı Dövlət Universiteti

sevinybabayevafazil@gmail.com, nermin.mensimova@icloud.com

H Hilbert fəzasında belə bir sərhəd məsələsinə baxaq:

$$u'''(t) + A^3 u(t) + \sum_{j=0}^2 A_{3-j} u^{(j)}(t) = f(t), \quad t \in R_+, \quad (1)$$

$$u(0) = 0, \quad u'(0) = \rho Su, \quad (2)$$

burada $f(t) \in L_2(R_+; H)$, $u(t) \in W_2^3(R_+; H)$, $A_j (j = \overline{1,3})$ xətti, amma ki, qeyri-məhdud operatorlar, A – öz-özünə qoşma, müsbət-müəyyən operator, $\rho \in R$, $S \in L(W_2^3(R_+; H), H_{3/2})$, başqa sözlə, bu halda S məhdud operatorudur və aşağıdakı şərtini ödəyir:

$$\|\rho Su\|_{H_{\frac{3}{2}}} \leq \mu \|u\|_{W_2^3(R_+; H)}$$

Hilbert fəzasını belə təyin edək:

$$W_2^3(R_+; H) = \{u: u^m \in L_2(R_+; H), A^3 u \in L_2(R_+; H)\}.$$

Belə işarələmə edək:

$$P_0(d/dt)u(t) = u'''(t) + A^3 u(t)$$

(1) tənliyindən və (2) sərhəd şərtlərindən görmək olur ki, (1) tənliyinin P_0 baş hissəsi

$$P_1\left(\frac{d}{dt}\right)u(t) = \sum_{j=0}^2 A_{3-j}u^{(j)}(t)$$

operatorundan istifadə etməklə, $u'(0) = 0$ sərhəd şərti isə ρS operatoru ilə həyəcanlanmışdır. Eyni zamanda qeyd edək ki, $\rho S \in L\left(W_2^3(R_+; H), H_{\frac{3}{2}}\right)$ operatoru isə sərhəd şərtini həyəcanlandırır:

$$u'(0) = \rho Su.$$

Tərif 1. Əgər baxılan (1) tənliyini sanki hər yerdə ödəyən $u(t)$ vektor funksiyası $R_+ -$ də tapılırsa ki, bu şərtə tabe $u(t)$ funksiyasına (1) tənliyinin *requlyar* həlli deyilir.

Tərif 2. Əgər istənilən $f(t) \in L_2(R_+; H)$ üçün (1) tənliyinin (2) sərhəd şərtlərini $\lim_{t \rightarrow 0} \|u(t)\|_{5/2} = 0$, $\lim_{t \rightarrow 0} \|u'(t) - \mu Ku\|_{3/2} = 0$ mənada ödəyən $u(t)$ requlyar həlli varsa və $\|u\|_{W_2^3(R_+; H)} \leq \text{const} \|f\|_{L_2(R_+; H)}$ bərabərsizliyi bu funksiya uyğun gələrsə, onda (1), (2) sərhəd məsələsi *requlyar həll oluna bilən* məsələ deyəcəyik.

Teorem. Tutaq ki, $\kappa = \|\rho Su\|_{W_2^3(R_+; H) \rightarrow H_{3/2}} < \frac{1}{2}$ bərabərsizliyi ödənilir. Onda istənilən $u \in W_2^3(R_+; H; S)$ üçün aşağıdakı qiymətləndirmələr doğrudur:

$$\begin{aligned} \|A^3 u\|_{L_2(R_+; H)} &\leq c_0(\kappa) \|P_0 u\|_{L_2(R_+; H)}, \\ \|A^2 u'\|_{L_2(R_+; H)} &\leq c_1(\kappa) \|P_0 u\|_{L_2(R_+; H)}, \\ \|Au''\|_{L_2(R_+; H)} &\leq c_2(\kappa) \|P_0 u\|_{L_2(R_+; H)}, \end{aligned}$$

$$\text{burada } c_0(\kappa) = \frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt{1-\kappa}}, \quad c_1(\kappa) = \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt{3}} \left(1 + \frac{3\sqrt[3]{\kappa^2}}{\sqrt[3]{2}}\right)^{1/2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\kappa}},$$

$$c_2(\kappa) = \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{(1 + \sqrt{3}) \sqrt[3]{\kappa}}{\sqrt{1-\kappa}}.$$

Nəticə. Tutaq ki, A öz-özünə qoşma, müsbət-müəyyən operatorudur, məhdud $B_j = A_j A^{-j} (j = \overline{1,3})$ operatorları isə H Hilbert fəzasında təyin olunub və onun üçün $\alpha(0) = \sum_{j=0}^2 c_j(0) \|B_{3-j}\| < 1$, harada ki, $c_0(0) = \sqrt[3]{2}$, $c_1(0) = c_2(0) = \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt{3}}$, ödənilir. Onda (1), (2) məsələsi $\rho = 0$ olduqda requlyar həll oluna biləndir.

(1)-(2) requlyar həll olunma məsələsi $\rho=1, \kappa = 1$ hallarında [2-3]-də baxılıb.

Ədəbiyyat

1. Лионс Ж.-Л., Мадженес Э. Неоднородные граничные задачи и их приложения. М., Мир, 1971, 371 с.
2. Babayeva S.F. On regular solvability of a Boundary problem with operator boundary condition. Transactions of NAS of Azerbaijan, 2010, V. XXX, N.4, pp.25-34.
3. Babayeva S.F., Aliev A.R. On the Boundary Value Problem with the Operator in Boundary Conditions for the Operator-Differential Equation of the Third Order. Journal of Mathematical Physics, Analysis Geometry, 2010, v. 6, № 4, pp. 347-361.

PERİODİK ƏMSALLI İKİTƏRTİBLİ YARIMXƏTTİ PARABOLİK TƏNLIYIN SONSUZ OBLASTDA MÜSBƏT QLOBAL HƏLLİNİN VARLIĞI

Bağirov Şirmayıl Həsən oğlu, Qasimova Leyla Rövşən qızı

Bakı Dövlət Universiteti

sh_bagirov@yahoo.com, leylaqasimova847@gmail.com

$Q = \Omega \quad (-; +)$ oblastında

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} a_{ij}(x,t) \frac{\partial u}{\partial x_j} + a_0(x,t) |u|^{p(x)-1} u \quad (1)$$

tənliyinə baxaq.

Burada, $\Omega \subset R_n^x \quad B_1^0 = \{x; |x| < 1\}$ kürəsini daxilində saxlayan kompaktın xaricidir, əmsallar $a_{ij}(x,t), a_0(x,t)$ məhdud ölçülən funksiyalardır, $a_{ij} = a_{ji}, \quad a_{ij}(x, t+T) = a_{ij}(x, t), \quad a_0(x, t+T) = a_0(x, t) \quad \text{və} \quad \forall (x, t) \in Q,$
 $\xi = (\xi_1, \dots, \xi_n) \in R_\xi^n$ üçün

$$\lambda_1 |\xi|^2 \leq \sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x,t) \xi_i \xi_j \leq \lambda_2 |\xi|^2, \quad \lambda_1, \lambda_2 = \text{const} > 0. \quad (2)$$

$p(x)$ isə kəsilməz funksiyadır,

$$1 < \inf_{x \in \Omega} p(x) = p^-, \quad \sup_{x \in \Omega} p(x) = p^+ < \infty.$$

İşdə (1) tənliyinin müsbət qlobal həllinin varlığı məsələsi öyrənilir. Qeyd edək ki, bu tip məsələlərə çoxlu sayda işlər həsr olunmuşdur (bax [1]).

$Q_T = \Omega \times (0, T)$ işarə edək.

$W_2^{1,1/2}(Q_T)$ ilə elə $u(x, t)$ funksiyalar fəzasını işarə edəcəyik ki,

$$u(x, t+T) = u(x, t), \quad u(x, t) \in W_2^{1,0}(Q_T) \quad \text{və} \quad \int_{\Omega} |k| |u_k(x)|^2 dx < \infty,$$

$$u_k(x) = \frac{1}{T} \int_0^T u(x, t) \exp -ik \frac{2\pi}{T} t dt.$$

Bu fəzada norma aşağıdakı münasibətlə müəyyən olunur:

$$\|u\|_{W_2^{1,1/2}(Q_T)}^2 = \|u\|_{L_2(Q_T)}^2 + \int_{\Omega} |k| |u_k(x)|^2 dx.$$

$W_2^{0,1/2}(Q_T)$ ilə sonsuz diferensiallanan, $t -$ yə nəzərən T periodlu və $\partial\Omega -$ nin ətrafında sıfıra bərabər olan $C^{0,1}(Q_T)$ funksiyalar fəzasının $\|\cdot\|_{W_2^{1,1/2}(Q_T)}$ norması ilə qapanmasından alınan fəzanı işarə edəcəyik.

(1) tənliyinin həlli olaraq elə,

$$u(x, t) \in W_{2,loc}^{1,1/2}(Q_T) \cap L_{\infty,loc}(Q_T)$$

funksiyası başa düşülür ki, $\forall \varphi(x, t) \in W_2^{0,1/2}(Q_T)$ üçün

$$2\pi \int_{\Omega} (ik) u_k(x) \varphi_{-k}(x) dx + \int_{Q_T} a_{ij}(x, t) \frac{\partial u}{\partial x_j} \frac{\partial u}{\partial x_i} dx dt = \int_{Q_T} a_0(x, t) |u|^{p-1} u \varphi dx dt$$

integral eyniliyi ödənilsin.

Teorem. Tutaq ki, $n \geq 3, \sigma > -2, a_0(x, t) \leq C|x|^\sigma, C = \text{const} > 0$. Əgər $p^+ \leq 1 + \frac{\sigma+2}{n-2}$ olarsa, onda (1) tənliyinin Q -də müsbət həlli yoxdur.

Göstərək ki, $p^- > 1 + \frac{\sigma+2}{n-2}$ olduqda elə (1) şəklində tənlik var ki, onun müsbət qlobal həlli var.

Bunun üçün $Q -$ də

$$-\frac{\partial u}{\partial t} + \Delta u + a_0(x) |x|^\sigma |u|^{p(x)-1} u = 0 \quad (3)$$

tənliyinə baxaq. Burada $a_0 = \text{const} > 0, n \geq 3, \sigma > -2$. Bu tənliyin həllini

$$u(x, t) = u(|x|) = u(r), \quad r = |x| = \sqrt{x_1^2 + \dots + x_n^2}$$

şəklində axrataq. Funksiya ancaq $|x|$ –dən asılı olduğundan tənliyi

$$\frac{\partial u}{\partial r^2} + \frac{n-1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + a_0 r^\sigma |u|^{p(x)-1} u = 0$$

şəklində yazı bilərik. Burada $r = e^s$, $s = \ln r$, $\tilde{u}(s) = u(e^s)$ əvəzləməsi edək:

$$\tilde{u}_{ss} + (n-2)\tilde{u}_s + a_0 e^{(\sigma+2)s} |\tilde{u}|^{\tilde{p}(s)-1} \tilde{u} = 0.$$

Bu tənliyi aşağıdakı kimi yazıq:

$$\tilde{u}_{ss} + (n-2)\tilde{u}_s + a_0 e^{(\sigma+2+(2-n)(\tilde{p}-1))s} |e^{(n-2)s} \tilde{u}|^{\tilde{p}-1} \tilde{u} = 0.$$

Burada isə $v = e^{(n-2)s} \tilde{u}$, $\tilde{u} = e^{(2-n)s}$ əvəzləməsi etsək,

$$v_{ss} + (n-2)v_s + a_0 e^{(\sigma+2+(2-n)(\tilde{p}-1))s} |v|^{\tilde{p}-1} v = 0.$$

şəklində tənlik alırıq.

$$s = \frac{1}{n-1} \ln \tau, \quad \tau = e^{(n-2)s}, \quad v(t) = v \frac{1}{n-2} \ln \tau = \omega(\tau)$$

əvəzləməsi etməklə yekun olaraq tənliyi

$$\omega_{\tau\tau} + a_0 (n-2)^{-2} \tau^{-2+\frac{\sigma+2+(2-n)(\tilde{p}-1)}{n-2}} |\omega|^{\tilde{p}-1} \omega = 0. \quad (4)$$

şəklində yazıq.

Məlumdur ki, $\omega_{\tau\tau} + q(\tau) |\omega|^{p-1} \omega = 0$, $p > 1$, $q(\tau) > 0$ tənliyinin

$$+ \int_a^\tau q(\tau) d\tau <$$

olduqda işarəsini dəyişməyən həlli var (bax [2]).

$$\tau \tau^{-2+\frac{\sigma+2+(2-n)(\tilde{p}-1)}{n-2}} d\tau = \tau^{-1+\frac{\sigma+2+(2-n)(\tilde{p}-1)}{n-2}} d\tau$$

$$\tau^{-1+\frac{\sigma+2+(2-n)(\tilde{p}-1)}{n-2}} d\tau = \tau^{\frac{\sigma+2+(2-n)(\tilde{p}-1)}{n-2}} \Big|_a.$$

olduğundan, [2] işinin nəticəsinə əsasən $\sigma+2+(2-n)(\tilde{p}-1) < 0$ olduqda (4) tənliyinin, o cümlədən də (3) tənliyinin müsbət həlli var.

Ədəbiyyat

1. Митидиери Э., Похожаев С.И. Априорные оценки и отсутствие решений нелинейных уравнений и неравенств в частных производных // Тр. Мат. ин-та им. В.А.Стеклова РАН, 2001, Т.234, с.9-234.
2. Кигурадзе И.Т, Об условиях колеблемости решений уравнения $u + a(t)|u|^n \operatorname{sign} u = 0$ // Cas.pest.mat.1962, V.87, № 4, p.492-496.

SOFT SUPER METRİK FƏZALAR HAQQINDA

Sədi Andəm oğlu Bayramov, Arzu Sərdar qızı Məmmədova

Bakı Dövlət Universiteti

baysadi@gmail.com, arzumemmedova030503@gmail.com

$SP(X, E)$ ilə X -in bütün soft nöqtələr çoxluğunu göstərək. $(E)^*$ isə mənfi olmayan soft həqiqi ədədlər çoxluğu olsun.

Tərif 1: Əgər $s_m : SP(X, E) \rightarrow (E)^*$ inikası aşağıdakı şərtləri ödəyirsə, $SP(X, E)$ -də soft super metrik adlanır.

1. Hər bir $x_e, y_e \in SP(X, E)$ üçün, əgər $s_m(x_e, y_e) = \tilde{0}$ isə, onda $x_e = y_e$ - dir;
2. Hər bir $x_e, y_e \in SP(X, E)$ üçün $s_m(x_e, y_e) = s_m(y_e, x_e)$;
3. Hər bir $x_e, y_e \in SP(X, E)$ üçün $SP(X, E)$ -də fərqli soft ardıcılıqlar $\{x_{e_n}^n\}$ və $y_{e_n}^n$ üçün $\lim_{n \rightarrow \infty} s_m(x_{e_n}^n, y_{e_n}^n) = \tilde{0}$ ödəyirsə, elə soft həqiqi ədədi $\tilde{s} \in (E)^*$ vardır ki,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sup s_m(y_{e_n}^n, y_e) = \tilde{s} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sup s_m(x_{e_n}^n, y_e)$$

ödəyir. O halda, $(SP(X, E), s_m)$ cütü soft super metrik fəza adlanır.

Tərif 2: Tutaq ki, $(SP(X, E), s_m)$ soft super metrik fəza və $(f, \varphi) : (SP(X, E), s_m) \rightarrow (SP(X, E), s_m)$ inikas olsun, burada $f : X \rightarrow X$, $\varphi : E \rightarrow E$ inikaslardır. Əgər ixtiyari $x_e, y_e \in SP(X, E)$ üçün elə soft həqiqi ədədi $\tilde{\alpha} \in (E)^*$, $\tilde{\alpha} < \tilde{1}$ vardır ki,

$$s_m((f, \varphi)(x_e), (f, \varphi)(y_e)) \leq \tilde{\alpha} s_m(x_e, y_e)$$

ödəyir. Onda (f, φ) inikasına daralma inikası deyilir.

Teorem 1: Tutaq ki, $(SP(X, E), s_m)$ tam soft super metrik fəza və $(f, \varphi) : (SP(X, E), s_m) \rightarrow (SP(X, E), s_m)$ soft daralma inikası olsun. Onda onun yeganə bir tərpənməz soft nöqtəsi $x_e \in SP(X, E)$ vardır, $(f, \varphi)(x_e) = x_e$.

Teorem 2: Tutaq ki, $(SP(X, E), s_m)$ tam soft super metrik fəza və $(f, \varphi) : (SP(X, E), s_m) \rightarrow (SP(X, E), s_m)$ süryektiv inikas olsun. Fərz edək ki, elə bir soft həqiqi $\tilde{\alpha} > \tilde{1}$ ədədi mövcuddur ki, bütün $x_e, y_e \in SP(X, E)$ üçün

$$s_m((f, \varphi)(x_e), (f, \varphi)(y_e)) \sim s_m(x_e, y_e) \text{ -dir.}$$

O zaman, (f, φ) inikası yeganə tərpənməz nöqtəyə malikdir.

Tərif 3: (f, φ) və (g, ψ) , $SP(X, E)$ –də soft inikaslar olsun. Bu 2 inikas (f, φ) və (g, ψ) o halda zəif uyğun adlanır ki, aşağıdakı şərtləri ödəyən soft nöqtə $x_e \in SP(X, E)$ mövcuddur;

$$\begin{aligned} (f, \varphi)(x_e) &= (g, \psi)(x_e), \\ (f, \varphi)((g, \psi)(x_e)) &= (g, \psi)((f, \varphi)(x_e)). \end{aligned}$$

Teorem 3: $(SP(X, E), s_m)$ tam soft super metrik fəza və $(f, \varphi), (g, \psi): (SP(X, E), s_m) \rightarrow (SP(X, E), s_m)$ 2 zəif uyğun soft inikas olsun və

$$(g, \psi)(SP(X, E)) \subseteq (f, \varphi)(SP(X, E))$$

ödənilsin. Əgər $\tilde{0} \sim \tilde{1}, \forall x_e, y_e \in SP(X, E)$ üçün

$$s_m((f, \varphi)(x_e), (f, \varphi)(y_e)) \sim s_m((g, \psi)(x_e), (g, \psi)(y_e))$$

ödənilir və $(f, \varphi)(SP(X, E))$ və ya $(g, \psi)(SP(X, E))$ –dən biri tamdırsa, onda (f, φ) və (g, ψ) yeganə ümumi tərpənməz nöqtəyə malikdir [3].

Ədəbiyyat

1. D. A. Molodtsov, “Soft set theory -First results”, Comput. Math. Appl., 1999, 37, 19-31.
2. M. Shabir and M. Naz, “On soft topological spaces”, Comput. Math. Appl., 2011, 61, 1786-1799.
3. C.A. Gunduz, S.Bayramov and A.E.Coskun, “Exploring soft super metric spaces and their fixed soft points”, Maejo Int. J. Sci. Technol. 2025, 19(03), 249-260

HOMOLOGİYALAR ÜÇÜN KYÜNNET TEOREMİ

Bayramov Sədi Andəm oğlu, Hidayətli Nuray Seymur qızı

Bakı Dövlət Universiteti

nurayhidayet4@gmail.com, baysadi@gmail.com

$\Delta^p p$ ölçülü simpleks olsun. (X, τ) topoloji fəza üçün $\Delta^p(x) = \{f: \Delta^p \rightarrow X\}$ inikaslardan doğuran sərbəst qrupu göstərək.

Teorem 1. Topoloji fəzaların X və Y -nin nizamlanmış cütlükləri kateqoriyasında $\Delta(X \times Y) \cong \Delta(X) \otimes \Delta(Y)$ funktorlarının təbii ekvivalentliyi mövcuddur.

Teorem 1. İstənilən X, Y və Z fəzaları üçün

$$\Delta((X \times Y) \times Z) \approx \Delta(X \times (Y \times Z))$$

$$\approx \uparrow \quad \approx \uparrow$$

$$[\Delta(X) \otimes \Delta(Y)] \otimes \Delta(Z) \approx \Delta(X) \otimes [\Delta(Y) \otimes \Delta(Z)]$$

homotopik siniflərdə kommutativ diaqram mövcuddur, burada şaquli inikaslar təbii zəncir ekvivalentliklərdir. [1]

Teorem 2. İstənilən X və Y fəzaları üçün

$$\Delta(X \times Y) \approx \Delta(Y \times X)$$

$$\approx \uparrow \quad \approx \uparrow$$

$$\Delta(X) \otimes \Delta(Y) \approx \Delta(Y) \otimes \Delta(X)$$

zəncir homotopik kommutativ diaqram mövcuddur, burada $x \otimes y$ və $(-1)^{\deg x \deg y} y \otimes x$ izomorfizmdir və zəncir ekvivalentlikdir. [2]

Teorem 3. Topoloji fəzaların (X, A) və (Y, B) cütliyündən ibarət olan cütlər kateqoriyasında, $\{X \times B, A \times Y\}$ cütü kəsmə aksiomunu ödəyirsə,

$$\Delta(X \times Y) / \Delta(X \times B \cup A \times Y) \text{ və } [\Delta(X) / \Delta(A)] \otimes [\Delta(Y) / \Delta(B)]$$

funktorları arasında təbii zəncir ekvivalentliyi mövcuddur.

Teorem 4. Əgər $\{X \times B, A \times Y\}$ cütü kəsmə aksiomunu ödəyirsə, G və G' modulları baş ideallar halqası üzərində isə və $G * G' = 0$ ödənirsə, onda

$$0 \rightarrow [H(X, A; G) \otimes H(Y, B; G')]_q \xrightarrow{\mu} H((X, A) \times (Y, B); G \otimes G') \rightarrow$$

$$\rightarrow [H(X, A; G) * H(Y, B; G')]_{q-1} \rightarrow 0$$

funktorial qısa dəqiq ardıcılığı mövcuddur və bu ardıcılıq parçalanır.

Ədəbiyyat

1. Спеньер Э., Алгебраическая топология. – М.: Мир, 1971.
2. Александров П.С, Введение в гомологическую теорию размерности и общую комбинаторную топологию. – М.: Наука, 1975.

DİNAMİK SƏRHƏD ŞƏRTLİ İKİDƏYİŞƏNLİ İSTİLİKKEÇİRMƏ TƏNLİYİ ÜÇÜN ÇƏKİLİ İNTEQRAL ŞƏRTLİ TƏRS SƏRHƏD MƏSƏLƏSİ

Cəbiyev Amil Famil oğlu

Bakı Dövlət Universiteti

jabiyevamil@gmail.com

$T > 0$ sabit ədəd, $D_T = \{(x, t): x \in (0, 1), t \in (0, T]\}$ olsun. $\bar{D}_T$ çoxluğunda aşağıdakı tərs sərhəd məsələsinə baxaq:

$$u_t = u_{xx} - p(t)u + f(x, t) \quad (1)$$

$$u(x, 0) = \varphi(x) \quad (2)$$

$$u(0, t) = 0, au_{xx}(1, t) + du_x(1, t) - bu(1, t) = 0 \quad (3)$$

$$\int_0^1 w(x) \cdot u(x, t) dx = E(t) \quad (4)$$

burada $f(x, t)$, $(x, t) \in \bar{D}_T$, φ funksiyası $[0, 1]$ parçasında, E funksiyası $[0, T]$ parçasında təyin olunmuş məlum funksiyalar, a, b, d məlum sabitlər, $w(x)$ funksiyası $[0, 1]$ parçasında təyin olunmuş, müsbət qiymətli və həmin parçada inteqrallanan çəki funksiyası, $u(x, t)$ və $p(t)$ isə axtarılan funksiyalardır.

(1)-də $x = 1$ nəzərə alsaq, $a \neq 0$ halında ikinci sərhəd şərti

$$au_t(1, t) + du_x(1, t) + (ap(t) - b) \cdot u(1, t) = af(1, t)$$

formasına düşür. Bu formalı sərhəd şərtləri dinamik sərhəd şərtləri adlanır.

(1)-(4) şərtlərini ödəyən $\{p(t), u(x, t)\} \in C[0, T] \times (C^{2,0}(\bar{D}_T) \cap C^{2,1}(D_T))$ cütü (1)-(4) tərs sərhəd məsələsinin klassik həlli adlanır.

Əvvəlcə uyğun düz məsələyə baxaq. $\bar{D}_T$ çoxluğunda aşağıdakı düz məsələ [1]-də tədqiq olunmuşdur:

$$u_t = u_{xx} - p(t) \cdot u + f(x, t) \quad (5)$$

$$u(x, 0) = \varphi(x) \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned} u(0, t) &= 0 \\ au_{xx}(1, t) + du_x(1, t) - bu(1, t) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$f(x, t)$, $(x, t) \in \bar{D}_T$, $\varphi(x)$, $x \in [0, 1]$ və $p(t)$, $t \in [0, T]$ parçasında təyin olunmuş məlum funksiyalar, a, b, d məlum sabitlərdir.

$\{y_n(x)\}_{n=0}^{\infty}$ bircins məsələyə uyğun aşağıdakı spektral məsələnin məxsusi funksiyaları sistemi olsun:

$$\begin{cases} y''(x) + \lambda y(x) = 0, & x \in [0, 1] \\ y(0) = 0 \\ (a\lambda + b)y(1) = dy'(1) \end{cases}$$

[1] işində göstərilmişdir ki, spektral məsələnin məxsusi ədədləri sadə və həqiqidirlər, həmçinin sonsuz artan $\{\lambda_n\}_{n=0}^{\infty}$ ardıcılığını əmələ gətirirlər. Bundan başqa $\forall n_0 \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ üçün məsələnin $\{y_n(x)\}_{n=0, n \neq n_0}^{\infty}$ məxsusi funksiyalar sistemi $L_2(0, 1)$ -də bazis əmələ gətirir.

$\forall n_0 \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ üçün aşağıdakı işarələmələri edək:

$$\varphi_n = \int_0^1 \varphi(x) u_n(x) dx, \quad f_n(t) = \int_0^1 f(x, t) u_n(x) dx, \quad n = 0, 1, 2, \dots; n \neq n_0$$

$$\Phi_{n_0} \equiv \left\{ \begin{array}{l} \varphi(x) \in C^3[0,1]: \varphi(0) = \varphi''(0) = 0, \varphi(1) = \varphi'(1) = \varphi''(1) = 0, \\ \int_0^1 \varphi(x) y_{n_0}(x) dx = 0 \end{array} \right\}$$

burada, $\{u_n(x)\}_{n=0, n \neq n_0}^\infty$ sistemi $\{y_n(x)\}_{n=0, n \neq n_0}^\infty$ sisteminə qoşma sistemdir, yəni $(y_n, u_m) = \delta_{nm}$; $n, m \neq n_0$, δ_{nm} Kroneker simvoludur.

Teorem 1 (bax [1]). Əgər $p(t) \in C[0, T]$, $f(x, t) \in C(\bar{D}_T)$, $\varphi(x) \in \Phi_{n_0}$ və hər bir $t \in [0, T]$ üçün $f(x, t) \in \Phi_{n_0}$ olarsa, onda (5)-(7) məsələsinin klassik həlli üçün $u(x, t) \in C^{2,1}(\bar{D}_T)$ şərti ödənilir və həll aşağıdakı sıra şəklində verilir:

$$u(x, t) = \sum_{\substack{n=0 \\ (n \neq n_0)}}^{\infty} \left[\varphi_n \cdot e^{-\lambda_n t - \int_0^t p(s) ds} + \int_0^t f_n(s) e^{-\lambda_n(t-s) - \int_s^t p(\tau) d\tau} ds \right] \cdot y_n(x) \quad (8)$$

Lemma 1 (bax [1]). İstənilən $\varphi(x) \in \Phi_{n_0}$ üçün elə $C_0, C > 0$ ədədləri var ki, aşağıdakı bərabərsizliklər doğrudur:

$$\sum_{\substack{n=0 \\ (n \neq n_0)}}^{\infty} |\lambda_n(\varphi, y_n)| \leq C_0 \cdot \|\varphi\|_{C^3[0,1]}$$

$$\sum_{\substack{n=0 \\ (n \neq n_0)}}^{\infty} |\lambda_n(\varphi, u_n)| \leq C \cdot \|\varphi\|_{C^3[0,1]}.$$

Lemma 2. Əgər $w(x)$, $x \in [0,1]$ müsbət qiymətli və monoton azalan funksiyaırsa, onda $\forall \alpha > 0$ üçün

$$\int_0^1 w(x) \cdot \sin(\alpha x) dx \geq 0$$

doğrudur. Əlavə olaraq, $\alpha \neq 2\pi k$, $k \in \mathbb{N}$ olduqda ciddi bərabərsizlik alınır.

Teorem 2 (varlıq və yeganəlik). Tutaq ki, aşağıdakı şərtlər ödənilir:

1. $\varphi \in \Phi_{n_0}$; $\varphi_0 > 0$, $\varphi_n \geq 0$, $n = 0, 1, 2, \dots; n \neq n_0$
 2. $E(t) \in C^1[0, T]$; $E(t) > 0$, $t \in [0, T]$; $E(0) = \int_0^1 w(x) \varphi(x) dx$
 3. $f(x, t) \in C(\bar{D}_T)$; hər bir $t \in [0, T]$ üçün $f(x, t) \in \Phi_{n_0}$ və $f_n(t) \geq 0$, $n = 0, 1, 2, \dots; n \neq n_0$
 4. $w(x)$, $x \in [0,1]$ çəki funksiyası monoton azalandır
- onda (1)-(4) tərs sərhəd məsələsinin klassik həlli var və yeganədir.

Ədəbiyyat

1. Kerimov N.B., Ismailov M.I., Direct and Inverse Problems for the Heat Equation with a Dynamic type Boundary Condition, IMA Journal of Applied Mathematics, vol. 80 (2015), p. 1519–1533.

ÜÇDƏYİŞƏNLI İSTİLİKKEÇİRMƏ TƏNLIYI ÜÇÜN ÇƏKİLİ İNTEQRAL ŞƏRTLİ TƏRS SƏRHƏD MƏSƏLƏSİ

Cəbiyev Amil Famil oğlu

Bakı Dövlət Universiteti

jabiyeamil@gmail.com

$T > 0$ sabit ədəd, $D_T = \{(x, y, t): 0 < x, y < 1, 0 < t \leq T\}$ olsun. $\bar{D}_T$ çoxluğunda aşağıdakı tərs sərhəd məsələsinə baxaq:

$$u_t = \Delta u - p(t) \cdot u + f(x, y, t), (x, y, t) \in \Omega_T \quad (1)$$

$$u(x, y, 0) = \varphi(x, y), 0 \leq x, y \leq 1, \quad (2)$$

$$u(x, 0, t) = 0, u_y(x, 1, t) = 0, 0 \leq x \leq 1, 0 \leq t \leq T \quad (3)$$

$$u(0, y, t) = 0, (u_x + d\Delta u)|_{x=1} = 0, 0 \leq y \leq 1, 0 \leq t \leq T \quad (4)$$

$$\int_0^1 \int_0^1 w(x, y) \cdot u(x, y, t) dx dy = E(t), t \in [0, T] \quad (5)$$

burada, Δ -Laplas operatoru, $f(x, y, t)$, $(x, y, t) \in \bar{D}_T$, φ funksiyası $[0, 1] \times [0, 1]$ çoxluğunda, E funksiyası $[0, T]$ parçasında təyin olunmuş məlum funksiyalar, d məlum müsbət sabit, $w(x, y)$ funksiyası $[0, 1] \times [0, 1]$ çoxluğunda təyin olunmuş, müsbət qiymətli və həmin çoxluqda integrallanan çəki funksiyası, $u(x, y, t)$ və $p(t)$ isə axtarılan funksiyalardır.

(1)-(5) şərtlərini ödəyən $\{p(t), u(x, y, t)\} \in C[0, T] \times (C^{2,2,0}(\bar{D}_T) \cap C^{2,2,1}(D_T))$ cütü (1)-(5) tərs sərhəd məsələsinin klassik həlli adlanır.

Əvvəlcə uyğun düz məsələyə baxaq. $\bar{D}_T$ çoxluğunda aşağıdakı düz məsələ [1]-də tədqiq olunmuşdur:

$$u_t = \Delta u - p(t)u + f(x, y, t), (x, y, t) \in \Omega_T \quad (6)$$

$$u(x, y, 0) = \varphi(x, y), 0 \leq x, y \leq 1 \quad (7)$$

$$0 \leq x \leq 1, 0 \leq t \leq T, u(x, 0, t) = 0, u_y(x, 1, t) = 0 \quad (8)$$

$$u(0, y, t) = 0, (u_x + d\Delta u)|_{x=1} = 0, 0 \leq y \leq 1, 0 \leq t \leq T \quad (9)$$

Bircins məsələyə uyğun aşağıdakı kimi spektral məsələ alınır (bax [1]):

$$\begin{cases} v_{xx} + v_{yy} = -\lambda v, (x, y) \in K = \{(x, y): 0 < x, y < 1\} \\ v(x, 0) = 0, v_y(x, 1) = 0, x \in [0, 1] \\ v(0, y) = 0, v_x(1, y) = d \cdot \lambda \cdot v(1, y), y \in [0, 1] \end{cases} \quad (10)$$

$\mu_k = \frac{\pi}{2}(2k - 1), k \in \mathbb{N}$, həmçinin S_n^k ilə

$$\operatorname{tg} \sqrt{S} = \frac{\sqrt{S}}{d(S + \mu_k^2)}$$

tənliyinin (kvadrat kökün sağ yarımmüstəvidəki budağı götürülür) artma sırası ilə köklərini işarə etsək, onda (10) məsələsinin məxsusi ədədləri $\lambda_{n,k} = \mu_k^2 + S_n^k$ və uyğun $v_{n,k}(x, y)$ məxsusi funksiyaları

$$v_{n,k}(x, y) = 2 \sin(\mu_k y) \cdot \sin\left(\sqrt{S_n^k} x\right), k \in \mathbb{N}, n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$$

şəklində olar. Qeyd edək ki, $n \geq 1$ olduqda $S_n^k > 0$ və $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{S_n^k} - \pi n) = 0$ doğrudur. Əgər $d\mu_k^2 < 1$ olarsa, $S_0^k > 0$; $d\mu_k^2 > 1$ olarsa, $S_0^k < 0$; $d\mu_k^2 = 1$ olarsa, $S_0^k = 0$ olur.

Sonuncu halda məxsusi funksiya $v_{0,k}(x, y) = 2x \cdot \sin(\mu_k y)$ şəklindədir. Aşağıdakı kimi təyin olunmuş $\{z_{n,k}(x, y)\}_{n,k=1}^{\infty}$ sistemi

$$z_{n,k}(x, y) = \frac{2}{\alpha_{n,k}} \sin(\mu_k y) \cdot \left[\sin\left(\sqrt{S_n^k} x\right) - \frac{\sin \sqrt{S_n^k}}{\sin \sqrt{S_0^k}} \cdot \sin\left(\sqrt{S_0^k} x\right) \right]$$

$L_2(K)$ -da $\{v_{n,k}(x, y)\}_{n,k=1}^{\infty}$ sisteminə qoşma sistemdir. Burada

$$\alpha_{n,k} = 1 + \frac{d \cdot \sin^2(\sqrt{S_n^k})}{\sqrt{S_n^k}} \cdot \left(\sqrt{S_n^k} - \frac{\mu_k^2}{\sqrt{S_n^k}} \right)$$

şəklindədir.

Aşağıdakı kimi işarələmələr edək:

$$C_{S_0^k}^4(K) \equiv \left\{ \begin{aligned} &\varphi_{n,k} = (\varphi, z_{n,k}), f_{n,k}(t) = (f, z_{n,k}) \\ &\varphi(x, y) \in C^4(\bar{K}): \\ &\varphi(x, 0) = 0, \varphi(0, y) = 0, \varphi(1, y) = 0, \\ &\varphi_y(x, 1) = 0, \varphi_x(1, y) = 0, \\ &\varphi_{yy}(x, 0) = 0, \varphi_{xx}(0, y) = 0, \varphi_{xx}(1, y) = 0, \\ &\int_0^1 \varphi(x, y) \sin\left(\sqrt{S_0^k} x\right) dx = 0, y \in [0, 1], k \in \mathbb{N} \end{aligned} \right\}$$

Teorem 1 (bax [1]). Əgər $\varphi(x, y) \in C^4_{S^k_0}(\bar{K})$, $f(x, y, t) \in C(\bar{D}_T)$ və hər bir $t \in [0, T]$ üçün $f(x, y, t) \in C^4_{S^k_0}(\bar{K})$ şərtləri ödənirsə, onda (6)-(9) məsələsinin klassik həlli üçün $u(x, y, t) \in C^{2,2,1}(\bar{D}_T)$ ödənir və həll aşağıdakı sıra şəklində verilir:

$$u(x, y, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \left[\varphi_{n,k} \cdot e^{-\lambda_{n,k}t - \int_0^t p(s)ds} + \int_0^t f_{n,k}(\tau) e^{-\lambda_{n,k}(t-\tau) - \int_\tau^t p(s)ds} d\tau \right] v_{n,k}(x, y) \quad (11)$$

Lemma 1 (bax [1]). $C^4_{S^k_0}(\bar{K})$ sinfindən olan ixtiyari $\varphi(x, y)$ funksiyası üçün elə $C > 0$ var ki, aşağıdakı bərabərsizlik doğrudur:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \lambda_{n,k} \cdot |\varphi_{n,k}| \leq C \cdot \|\varphi\|_{C^4(K)}$$

Lemma 2. Fərz edək, müsbət qiymətli $w(x, y)$, $(x, y) \in [0, 1] \times [0, 1]$ funksiyası aşağıdakı şərtləri ödəyir:

1. $[0, 1] \times [0, 1]$ çoxluğunda inteqrallanandır
2. Hər bir $x_0 \in [0, 1]$ üçün $w(x_0, y)$, $y \in [0, 1]$ monoton azalandır
3. $w(x, 0)$, $x \in [0, 1]$ monoton azalandır

onda $\forall \alpha, \beta > 0$ ədədləri üçün

$$\int_0^1 \int_0^1 w(x, y) \sin(\alpha x) \cdot \sin(\beta y) dx dy \geq 0$$

doğrudur. Əlavə olaraq, $\alpha, \beta \neq 2\pi k$, $k \in \mathbb{N}$ olduqda ciddi bərabərsizlik alınır.

Teorem 1 (varlıq və yeganəlik). Tutaq ki, aşağıdakı şərtlər ödənir:

1. $\varphi(x, y) \in C^4_{S^k_0}(\bar{K})$, $\varphi_{1,1} > 0$, $\varphi_{n,k} \geq 0$, $(n, k) \neq (1, 1)$
2. $f(x, y, t) \in C(\bar{D}_T)$ və hər bir $t \in [0, T]$ üçün $f(x, y, t) \in C^4_{S^k_0}(\bar{K})$, $f_{n,k}(t) \geq 0$
3. $E(t) \in C^1[0, T]$; $E(t) > 0$, $t \in [0, T]$ və $E(0) = \int_0^1 \int_0^1 w(x, y) \varphi(x, y) dx dy$
4. Hər bir $x_0 \in [0, 1]$ üçün $w(x_0, y)$, $y \in [0, 1]$ monoton azalandır
5. $w(x, 0)$, $x \in [0, 1]$ monoton azalandır

Onda (1)-(5) tərs sərhəd məsələsinin yeganə $(p(t), u(x, y, t)) \in C[0, T] \times C^{2,2,1}(\bar{D}_T)$ klassik həlli var.

Ədəbiyyat

1. Ismailov M.I. and Türk Ö., Direct and Inverse Problems for a 2D Heat Equation with a Dirichlet-Neumann-Wentzell Boundary Condition, Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 127:107519, 2023

ŞAĞIRDLƏRİN İDRAK FƏALİYYƏTİNİN ARTMASINDA TƏDQIQAT METODUNUN ROLU

Əfəndi Sadəddin Nəsrəddin oğlu, Əfəndiyeva Nəzrin İltifat qızı

Bakı Dövlət Universiteti

efendi_sadeddin@mail.ru, nezrinefendi12@gmail.com

Riyaziyyat təlimində tədqiqat metodu şagirdlərin tənqidi düşüncəsini, problem araşdırma bacarığını, yeni biliklər qazanma qabiliyyətini artırır. Bu metodla şagirdlər fərdi baxış bucaqları qazanır, təlim prosesində aktiv rol oynayır, suallarını verir, nəticədə şagirdlərin riyazi anlayışı artır və möhkəmlənir. Bu səbəblərdən də tədqiqat metodu şagirdləri passiv dinləyicidən aktiv araşdıranlara çevirir. Yəni onlar qazandığı məlumatları sadəcə qəbul etmir, əksinə təlim zamanı suallar verir, fərziyyələr irəli sürür, alınmış nəticələri təhlil edirlər, belə proses şagirdlərin yaddaşında, məntiqində, anlayışında dərin iz buraxır, bu da onların öyrəndiklərini dərinədən və tənqidi şəkildə öyrənmələrinə səbəb olur.

Təlimdə şagirdlərin tədqiqat metodunu öyrənmələri onlara çox fayda verir, belə ki, bu metodların köməyi ilə şagirdlər məntiqi qərarlar qəbul edir, tapşırıqları daha çevik şəkildə həll edir, müxtəlif problemlərə yaradıcı həll yolları ilə yanaşırlar [1]. Ümumiyyətlə, tənqidi metodların yaxşı mənimsənilməsi şagirdlərin idrak fəaliyyətlərinə çox faydalı olur. Belə ki, şagird tədqiqat metodunu şüurlu mənimsəyirsə, o, sistemli düşünür, suallara daha məntiqli və doğru cavab verir, öyrənmə prosesini effektiv qura bilir, bunların nəticəsində şagirdlərin elmi idrak fəaliyyətləri inkişaf edir. İdrak fəaliyyətinin inkişafı şagirdlərin daha mürəkkəb anlayışları mənimsəmələrinə şərait yaradır.

Elmi idrak fəaliyyətinin möhkəmlənməsi şagirdlərin bilik və bacarıqlarını artırır, bu proses nəticəsində onlar daha böyük bacarıqlara yiyələnirlər. Eyni zamanda elmi idrak metodlarının mükəmməl mənimsənilməsi şagirdlərin riyazi təfəkkürünü inkişaf etdirir, belə ki, idrak metodlarından səmərəli istifadə edilməsi şagirdlərin məntiqi və riyazi düşünmə qabiliyyətlərini stimullaşdırır, şagirdlər təlim prosesində fərziyyələr qurur, verilənləri analiz edir, nəticələr çıxarırlar və bu proses onların riyazi təfəkkürünü daha da stimullaşdırır və sistemli hala gətirir [2].

Didaktik sistemdə tədqiqat metodu ilə elmi idrak prosesi bir-biri ilə sıx bağlıdır. Ona görə ki, bu prinsiplər şagirdlərin fəal şəkildə suallara cavab tapmasına və ümumi təlim zamanı daha çox anlayış qazanmasına şərait yaradır.

Tədqiqat metodu öyrənilən məlumatları passiv şəkildə yadda saxlamaları yox, şüurlu şəkildə mənimsənilməsinə kömək edir, şagird bu üsulla biliklərini aktiv şəkildə istifadə edir, yeni biliklər qazanır, qazandığı biliklər yaddaşında

möhkəmlənir. Tədqiqat metodu integrativ təlimdə şagirdləri təlim zamanı aktiv müzakirələrə, qrup işlərinə və praktik təcrübəyə cəlb edir, bu onları bir-biri ilə fikir mübadiləsi etməsinə, aktiv şəkildə sualları cavablandırmağa, konseptləri daha doğru və dərinlən anlamağa imkan verir.

Qeyd edək ki, tədqiqat metodu innovativ metod hesab olunur, ona görə ki, o, ənənəvi təlim metodlarından fərqli olaraq, şagirdlərin özləri öyrənmələrinə, problemləri müfəssəl araşdırmasına və yeni biliklər qazanmasına imkan verir. Şagirdin idrakının inkişafı tədqiqat metodunun mahiyyətini tam anlamağa imkan verir. Belə ki, idrak zənginləşdikcə şagirdlər bilikləri dərinlən anlayır, ətraflı analiz edir, fərdi yanaşmaları sınaqdan keçirir, bu da, nəticədə, tədqiqat prosesini daha məhsuldar edir. Eləcə də təlim prosesində tədqiqat metodu şagirdin idrak fəaliyyətini yüksəldir, idrak fəaliyyəti yüksəldikcə tədqiqat metodu daha effektiv olur, bu proses qarşılıqlı təsir yaradır.

Tədqiqat metodu hər bir şagirdin marağını, bacarığını, fərdi xüsusiyyətlərini nəzərə alır. Bu yolla şagirdin tədqiqatçılıq marağı inkişaf edir və onun dərin biliklər qazanmasına imkan yaradır.

Təlim prosesində şagirdlərin idrak fəaliyyəti artdıqca öyrəndikləri nəzəri bilikləri daha yaxşı başa düşür və biliklərini real vəziyyətdə tətbiq edirlər, yəni tədqiqat metodu ilə onlar problemlərini həll edərkən öyrəndikləri nəzəri müddəaları praktikada sınayır, bunun nəticəsində biliklərini effektiv istifadə edə bilirlər. Şagirdlər öyrəndikləri nəzəri bilikləri sınaqdan keçirdikdə onlar həm nəzəri, həm də praktik biliklərə daha güclü sahib olurlar, eyni zamanda bu sınaqdan keçirmə onların biliklərinin daha möhkəm olmasına, problemləri həll etmə bacarıqlarının yüksəlməsinə, müstəqil düşünmə və qərar verə bilmə qabiliyyətinin formalaşmasına gətirib çıxardır.

Qərar vermə şagirdlərin fəaliyyətində çox mühüm rol oynayır. Şagirdlərin müstəqil, məntiqi qərar verməsi, qərar vermə fəaliyyətinin inkişafı onların idrak fəaliyyətini və öyrənmə prosesini məqsədyönlü edir, onlar fərqli variantları dəyərləndirir, riskləri analiz edir, nəticədə onların aktiv, müstəqil və yaradıcı fəaliyyətlərini dəstəkləyir. Belə fəaliyyət bütövlükdə şagirdlərin riyazi təfəkkürünü zənginləşdirir. Ona görə ki, qərar vermə, məntiqi düşünmə, analiz etmə bacarıqları ilə birlikdə şagirdlərin riyazi fəaliyyətlərini də möhkəmləndirir. Onlar metodları, statistik məlumatları daha dərinlən başa düşür və onları tətbiq edərək daha effektiv nəticələr əldə edirlər.

Tədqiqat metodunun təlim prosesində əsas obyektı məhz şagirdlərin özüdür. Tədqiqat metodu şagirdin maraqlarını, aktiv iştirakını ön plana çəkir. Bu halda o öz bilik və bacarığını inkişaf etdirir. Ümumiyyətlə, şagirdlərin idrak fəaliyyətlərinin

inkişafında tədqiqat metodunun rolu böyükdür. Fərdi təcrübə və tədqiqat nəticələrinin təqdimatı kimi yanaşmaların şagirdlərin idrak fəaliyyətinin inkişafında böyük rol var.

Ədəbiyyat

1. Adıgözəlov A.. Orta məktəb riyaziyyatının tədrisi metodikası. (ümumi metodika), Bakı-2009.
2. Qasimov E, Əfəndi S.. Riyaziyyatın tədrisi metodikası kursunun elmi-pedaqoji əsasları, Bakı-2023

ŞAGİRD LƏRİN RİYAZİ BİLİKLƏRİN İNKİŞAFINDA ZEHNİ ƏMƏLİYYATLARIN ROLU

Əfəndi Sadəddin Nəsrəddin, İsmayılzadə Şəfa Nizami qızı

Bakı Dövlət Universiteti

efendi_sadeddin@mail.ru

Şagirdlərin riyazi biliklərinin inkişafında onların zehni fəaliyyəti mühüm rol oynayır. Riyaziyyat sadəcə rəqəmlər, düsturlar toplusu deyil, riyaziyyat eyni zamanda idrak prosesinin məcmüsidir. Öyrənilən materialların passiv qəbulundan aktiv mənimsənilməsinə zehni fəaliyyət vasitəsi ilə həyata keçirilir. Zehni fəaliyyət, mücərrəd bir elm olan riyaziyyatı, real aləmdəki obyektləri, riyazi modellərə çevirməyə kömək edir [1].

Müasir təhsil sistemində riyaziyyatın təlim prosesində öyrənilməsi şagirdlərin zehni fəaliyyətləri üzərində qurulur. Təlimdə zehni fəaliyyət həm vasitə həm də əsas məqsəd kimi funksiyanı icra edir. Təlimə müasir yanaşmada reproduktivlikdən produktivliyə keçilir. Yəni ənənəvi təhsil sistemində əsasən öyrənmə prosesində müəllimin verdiyi hazır alqoritmi təkrarlarındırsa (reproduktiv fəaliyyət) müasir riyaziyyat təlimində produktiv zehni fəaliyyət ön plana çəkilir. Müasir təlimdə zehni əməliyyat həm də “öyrənməyi” “öyrənmək” deməkdir. Yəni şagird öz düşüncə prosesinə şagird öz düşüncə prosesinə kənardan baxa bilir.

Müasir riyaziyyat təlimində zehni fəaliyyət təkcə hesablama aparma yox, həm də düzgün məntiqi nəticə çıxartmaq, modelləşdirmə aparmaq, sərbəst düşünmək bacarığıdır. Bu fəaliyyət doğru-düzgün təşkil olduqda riyaziyyat rəqəmlər yığını olmaqdan çıxıb real aləmi dərk etmə vasitəsinə çevrilir.

Zehni fəaliyyətin inkişafı şagirdin yüksək səviyyədə öyrənməsinə kömək edir. Belə ki, şagird bilikləri sadəcə yadda saxlamaqdan əlavə öyrəndiklərini analiz edir,

yeni biliklərlə əlaqələndirir, öyrəndiyi nəzəri biliyi tətbiq etməyi bacarır, bu da şagirdlərin tətbiqi düşünmə və müstəqil qərar vermə qabiliyyətlərini artırır.

Zehni fəallıq şagirdi passiv dinləyicidən fəal fəaliyyətə keçirdikdə onun mövzuya marağı artır, zehni əmək nəticəsində qazandığı bilik uzun müddət yadında qalır.

Təlim prosesində zehni fəaliyyətin inkişafı şagirdlərin öyrəndikləri nəzəri bilikləri şüurlu mənimsəmələrinə əsaslı təsir göstərir.

Müasir təhsil sistemində şagirdlərin öyrəndikləri bilikləri şüurlu mənimsəmələrinə xüsusi diqqət yetirilir. Şagird öyrəndiyi bilikləri şüurlu şəkildə başa düşdükdə, öyrəndiyi nəzəri biliyi müstəqil şəkildə praktikada tətbiq etdikdə onun əldə etdiyi bilik möhkəm olur.

Ədəbiyyat

1. Qasimov E.A., Əfəndi S.N. Riyaziyyatın tədrisi metodikası kursunun elmi-pedaqoji əsasları. Bakı: Bakı Dövlət Universiteti, 2023, 322 s.

ŞAGİRDLƏRİN BİLİK VƏ BACARIQLARININ İNKİŞAFINDA FƏALLIQ VƏ MÜSTƏQİLLİYİN ROLU

Əfəndi Sadəddin Nəsrəddin oğlu, Qasimova Məryəm Müqabil qızı
Bakı Dövlət Universiteti

efendi_sadeddin@mail.ru qasimovmeryem114@gmail.com

Şagirdlərin təlim prosesində fəallıq və müstəqillik fəaliyyəti təkcə metodik tələb olmayıb, həm də onun qazandığı biliyin mənimsəməsinin keyfiyyətini müəyyən edən vacib amillərdən biridir.

Müasir pedaqogikada fəallıq və müstəqillik faktorları şagirdin “obyekt”dən, “subyekt”ə çevrilməsini təşkil edir. Şagirdlərin bilik və bacarıqlarının inkişaf etməsində fəallıq və müstəqilliyin rolunu aşağıdakı istiqamətlər üzrə təhlil edək.

İdrak fəallığının rolu. Fəallıq şagirdin zehni gərginliyi və öyrənmə həvəsidir. Şagird təlim zamanı fəal olduqda öyrəndiyi məlumatı dərinlən mənimsəyir. Əgər təlim prosesində passiv dinləyici təkcə söylənilən faktları yadında saxlayırsa, fəal şagird fəaliyyət prosesində səbəb-nəticə əlaqələrini qurur, təlim zamanı sual verməklə fəal olur, söylənilən mülahizələrə sübut axtarır, tənqidi təfəkkürü inkişaf edir, davamlı tədqiqat aparmaq vərdişi formalaşır. Təlim prosesinin mərkəzində olan şagirdin diqqəti yayınmır [1].

Təlim prosesində şagirdin müstəqilliyi onun kənardan kömək olmadan qərar vermə, qarşılaşdığı tapşırıqları müstəqil icra etmə qabiliyyətidir. Şagirdin bu

fəaliyyəti xüsusi ilə bacarıqların vərdişə çevrilməsində böyük rol oynayır. Müstəqil fəaliyyət göstərən şagird informasiyanı haradan və necə tapmağı öyrənir, bu şagirdin özünü təhsil vərdişidir. Tapşırığı müstəqil yerinə yetirən şagird alacağı nəticəyə görə öz məsuliyyətini başa düşür, bu da şagirdin özünə inamını artırır. Şagirdin müstəqil fəaliyyəti onu standart qəliblərdən çıxarır, orjinal həll yolları tapmağa imkan verir, bu da şagirdə öyrəndiyi riyazi məsələlərə yaradıcı yanaşma vərdışı yaradır. Ümumiyyətlə, şagirdin fəallığı və müstəqilliyinin qarşılıqlı əlaqəsi birbirini tamamlayır. Beləliklə, şagird nə qədər fəal və müstəqil olarsa, qazanılan bilik bir o qədər möhkəm, bacarıq isə daha praktik olar, bu da şagirdin “ömür boyu öyrənmə” vərdişlərinin bünövrəsini qoyur.

Şagirdlərin fəallığı, onların öz qəraralarını verməsi, müstəqil fəaliyyəti şagirdlərin biliklərini artırır, onları daha analitik düşüncəli və daha yaradıcı edir.

Şagirdlərin fərdi düşüncə tərzinin formalaşması, bilik və bacarıqlarının artması, qərarlar verməsi şagirdlərin müstəqil fəaliyyətinin nəticəsidir. Şagirdlər öz təcrübə və maraqlarını əsas götürüb öz biliklərini qurur, bunun nəticəsində onlar tənqidi düşünmə qabiliyyətlərini inkişaf etdirirlər [2].

Qeyd edək ki, ənənəvi təhsil sistemində bilik və bacarıq daha çox təkrara və passiv öyrənməyə əsaslanırdısa müasir təhsil sistemi tənqidi düşüncəni, tətbiqi bacarıqları ön plana çəkir. Bu zaman öyrənmə daha dərin, daha dayanıqlı olur. Müasir təhsil sistemində şagirdlərin bilik və bacarıqlarının inkişafında şüurlu mənimsəmənin rolunun böyük olmasına xüsusi əhəmiyyət verilir. Şagirdlər məlumatı sadəcə olaraq öyrənmək deyil, o məlumatı şüurlu dərk etməklə daha möhkəm bilik qazanmağa nail olurlar.

Bilik və bacarığın inkişafı interaktiv təlim sistemində daha praktik bir şəraitdə baş verir. Yəni, şagirdlər təlimdə aktiv iştirak edir, suallar verir, müzakirələrə qoşulur və real situasiyalarda biliklərini tətbiq edirlər.

Innovativ təlim metodunda bilik və bacarıqların inkişafı fərdi öyrənmənin dəstəklənməsində, yaradıcı problemlərin həllində, müstəqil fəaliyyət prosesində özünü göstərir.

Şagirdlərin müasir təhsil sistemində fərqli bilik mənbələrinin artması, şagirdlərin məntiqi və riyazi düşüncə qabiliyyətini kifayət qədər artırır. Ona görə ki, şagird müxtəlif qaynaqlardan, müxtəlif kontekstlərdən məlumat aldıqda şagirdlər daha çevik düşünür, problem həll etmə bacarıqları artır. Bu səbəbdən də şagirdlərin riyazi təfəkkürləri formalaşır, zənginləşir [3].

Müasir təhsil sistemində şagirdlərin bilik və bacarıqlarının artırılmasında əsasən bir neçə fərqli metodlar var.

Layihə əsaslı öyrənmə, problem həll etmə, Aliasya metodu və s. Qeyd edək ki, şagirdlərin bilik və bacarıqlarının artmasında layihə əsaslı öyrənmə effekti çox olan metoddur. Ona görə ki, şagirdlər real problemlər üzərində işləyir. Bu metod şagirdlərə öyrəndiyi bilikləri praktiki şəkildə tətbiq etməyə, qrup işi vasitəsilə təcrübə qazanmaga imkan verir. Müasir təhsil sistemində bilik və bacarıqların artmasının öyrənməyin elmi prinsipi ondan ibarətdir ki, öyrənənlər passiv şəkildə deyil, aktiv olaraq bilikləri “kəşf” edir, məntiqi təfəkkür, tənqidi düşüncə ilə analiz edir və real şəraitdə tətbiq etməyi öyrənirlər. Yəni layihə əsaslı yanaşmada şagirdlərin biliklərini uyğun kontekstə əsasən praktik bacarıqlarla birlikdə inkişaf etdirilər.

Ümumiyyətlə, şagirdin malik olduğu fəallıq və müstəqillik onların bilik və bacarıqlarının formalaşmasına, artmasına, möhkəmlənməsinə əsaslı səbəb olur.

Ədəbiyyat

1. Adıgözəlov.A., Orta məktəb riyaziyyatının tədrisi metodikası (ümumi metodika) Bakı-2009.
2. Abdullayeva.M., Riyaziyyatın tədrisi metodikası-1, Bakı-2020.
3. Qasimov.E., Əfəndi.S. i, Riyaziyyatın tədrisi metodikası kursunun elmi-pedaqoji əsasları, Bakı-2023.

ORTA MƏKTƏB RİYAZİYYAT TƏLİMİ PROSESİNİN BÜTÜN MƏRHƏLƏLƏRİNDƏ ŞAĞİRDLƏRİN MÜSTƏQİL FƏALİYYƏTİNİN TƏŞKİLİ VƏ İDARƏOLUNMASI

Əfəndi Sadəddin Nəsrəddin oğlu, Nəftullayeva Zəhra Vasif qızı

Bakı Dövlət Universiteti

efendi_sadeddin@mail.ru

Ənənəvi təhsil sistemindən fərqli olaraq müasir təhsil sistemində təlim prosesində şagirdlərin müstəqil fəaliyyətinin inkişaf etdirilməsi qarşıya tələb olaraq qoyulur. Təlim prosesinə müasir yanaşma şagirdləri təlimdə passiv məlumat qəbul edən yox, aktiv öyrənən, sərbəst düşünən, sərbəst qərarlar verən fərdlərə çevrilməsini tələb edir.

Ənənəvi təlimdə müəllimin rolu daha çox mərkəzi idi. Müasir təhsil sistemində isə şagirdin daha çox mərkəzi rolda olması tələb olunur. Belə olduqda şagirdlər təlim prosesində özlərini daha aktiv aparırlar, sərbəst suallar verir, problemləri müstəqil həll edirlər.

Şagirdin müstəqil fəaliyyəti dedikdə onların kənar təsir olmadan sərbəst düşünmə, müstəqil araşdırma, problemləri sərbəst həll etmə, yeni biliklər əldə

etmə bacarıqları nəzərdə tutulur. Yəni, şagird öyrənmə prosesinə sərbəst, aktiv formada qoşulur. Şagirdlərin müstəqil fəaliyyətlərinin idarəolunması üçün bir sıra metodlardan istifadə olunur [1].

Layihə əsaslı təlim, interaktiv dərslər, müasir texnologiyadan istifadə və s. şagirdlərin müstəqil fəaliyyətlərinin təşkili və idarə olunmasında böyük rol oynayır. Şagirdlərin fəaliyyətlərinin idarə olunması üçün müəllim prosesə sistemli nəzarət etməli, dərs mərhələsində məqsədli planlar qurmalı, şagirdlərin fəaliyyətini diqqətlə izləməli, onlara istiqamət verməlidir. Bu halda şagirdlərin motivasiyası artır, inkişafı sistemli şəkildə yönəldilir.

Təlim prosesində şagirdlərin müstəqil fəaliyyəti onların həm düşünmə, həm qərar vermə, həm də yaradıcılıq və məsuliyyət kimi bacarıqlarını inkişaf etdirir, bunlar da şagirdlərin bilikləri dayanıqlı mənimsəmələrinə və öyrənmə bacarıqlarının inkişafına kömək edir.

Eyni zamanda şagirdlərin müstəqil fəaliyyətlərinin təşkili, araşdırma, layihə əsasında öyrənmə, reflektiv təlim kimi innovativ proseslərə uyğun gəlir. Bu metodlar şagirdləri aktiv düşünməyə, öz üzərlərində işləməyə şərait yaradır.

Şagirdlərin müstəqil fəaliyyətinin təşkili nəticəsində onlar dərslə fəal qoşulur, şəxsi bilik və bacarıqlarının möhkəmləndirilməsinə nail olurlar.

Şagirdlərin yeni biliklər əldə etməsi üçün onların öyrənməyə olan motivasiyasının artması, daha məsuliyyətli və təşəbbüskar olmasında müstəqil fəaliyyətinin təşkilinin rolu böyükdür. Müstəqil fəaliyyətin idarə olunmasına ardıcıl yanaşma, davamlı dəstək vermə, fərdi izləmə olduqda müstəqil fəaliyyətin keyfiyyəti yüksəlir, bu halda şagird öz potensialını tam reallaşdırır bilir. Qeyd edək ki, müstəqil fəaliyyətin idarə olunması prosesində müəllimin rolu böyükdür. Müstəqil fəaliyyətin idarə olunma prosesində müəllim şagirdlərin fəaliyyətini ardıcıl izləyir, şagirdlərə ehtiyaclarına uyğun istiqamət və fərdi dəstək verir. Şagirdin müstəqil fəaliyyətinin təşkili onun fəal şəkildə öyrənməsinə, qazandığı bilikləri daha dərinləndirən dərk etməsinə, öyrəndiklərini şüurlu şəkildə mənimsəməsinə və uzunmüddətli yadda saxlamasına səbəb olur.

Şagirdlərin müstəqil fəaliyyətinin formalaşdırılması onların yönləndirilməsini, şagirdlərin müstəqil fəaliyyətini idarə etmə isə bu prosesi davamlı nəzarət və dəstək ilə gücləndirməni təmin edir. Şagirdlərin müstəqil fəaliyyətinin təşkili və idarəolunması nəticəsində şagirdlər hədəflərini aydın görür, onda onlar şəxsi öyrənmə prosesinə nəzarət imkanı qazanır, ona görə də elmi bilikləri möhkəm, şüurlu və uzun müddətli mənimsəyir [2].

Şagirdlərin öyrənməsinə daha çox nəzarət etməsinə, problem haqqında dərin düşünməsinə, sərbəst qərarlar vermə bacarığının formalaşmasına müstəqil

fəaliyyətin təşkili şərait yaradır, onların motivasiyasını artırır, öyrənməni daha davamlı etməklə şagirdləri ümumi akademik uğurlara yüksəldir. Eyni zamanda müstəqil fəaliyyətin təşkili şagirdlərin təlim prosesində fəal olmasına, tənqidi düşüncə bacarıqlarının formalaşmasına, inkişafına, daha dayanıqlı bilik qazanmasına imkan yaradır.

Təlim prosesində şagirdlərin elmi tədqiqat metodlarını öyrənməsi, onların müstəqil fəaliyyətini artırır. Ona görə ki, bu metodlar şagirdlərə məlumatı analiz etməyi, faktları tutuşdurmağı, hipotez qurmağı, düzgün nəticə çıxartmağı öyrədir. Bu halda şagirdlər sistemli düşüncəyə nail olur, problemləri müfəssəl araşdırır, öz biliklərini səmərəli məntiqi formada tətbiq edə bilir. Şagirdlərin bilik və bacarıqlarına güvənin artmasına, şəxsi maraqlarına uyğun mövzular üzərində araşdırma aparmağa müstəqil fəaliyyətin təşkili təşviq edir.

Riyaziyyat təlimində şagirdlərin yaradıcı təfəkkürünün inkişaf etdirilməsi həmişə təlim prosesində diqqət mərkəzində olub. Çünki, yaradıcı təfəkkürün inkişafı nəticəsində şagirdlər yeni ideyalar irəli sürür, fərqli yanaşmalar tapmağı bacarır, mövcud biliklərini yeni kontekstlərdə tətbiq etmə imkanına nail olur ki, bu da şagirdlərin təkcə öyrənən yox, həm də bilikləri yaradan, innovativ düşünən fərd kimi formalaşmasına kömək edir [3].

Təlim prosesində şagirdlərin müstəqil fəaliyyətlərinin təşkili prosesində əsas didaktiv məqsəd onların təlim zamanı aktiv olmasını təmin etmək, qərar vermək, qazandığı bilikləri praktikada tətbiq etmək bacarığını inkişaf etdirməkdir. Şagirdlərin müstəqil fəaliyyəti onların məntiqi düşüncəsini zənginləşdirir. Belə ki, müstəqil fəaliyyət göstərən şagird öyrənmə fəaliyyəti zamanı səbəb-nəticə əlaqəsi yaradır, məntiqi qərarlar verə bilir. Qeyd edək ki, şagirdlərin müstəqil fəaliyyətlərinin təşkili təlimdə tələb edilən tərbiyəvi rolu da daşıyır, yəni bu prosesdə şagirdlər öz müstəqilliyini dərk edib, davranışlarına nəzarət edir, qərarlarında dəqiq olmağı öyrənirlər.

Elmi tədqiqat şagirdlərin müstəqil fəaliyyətinin təşkilinin əsas dayaqlarından biridir. Elmi tədqiqat metodlarını mənimsəyən şagirdlər sistemli düşünmək, faktları dəqiq təhlil etmək, araşdırmaları müstəqil şəkildə aparmaq imkanı əldə edir ki, bu da onların intellektual inkişafına ciddi təsir göstərir. Şagirdlərin müstəqil fəaliyyətlərinin təşkilində Alisiya metodunun xüsusi rolu var. Alisiya metodu müasir təhsil sistemində xüsusilə şagird mərkəzli yanaşmada böyük əhəmiyyətə malikdir. Bu metod şagirdlərin aktiv inkişafını və qazandıqları biliklərin mükəmməl mənimsəmələrini stimullaşdırır.

Ədəbiyyat

1. Adıgözəlov. A. Orta məktəb riyaziyyatının tədrisi metodikası (ümumi metodika). Bakı-2009.
2. Abdullayeva. M. Riyaziyyatın tədrisi metodikası-1. Bakı, 2020.
3. Quliyeva.N. Riyaziyyatın konstruktiv təlimdə tədrisi metodikası. Bakı, 2012.

BİR ÜMUMİLƏŞMİŞ HƏNDƏSİ SİLSİLƏ İLƏ BAĞLI SPEKTRAL MƏSƏLƏNİN TƏDQIQI

Əhmədov Əli Mustafa oğlu, Əbdülzadə Vidadi Asif oğlu

Bakı Dövlət Universiteti

ali.akhmedov@rambler.ru, vidadiebdulzadeh@gamil.com

İşdə qayıdan ardıcılığın hədlərinin həqiqi və ya kompleks olduğu halda özünü sonsuzluqda necə aparmasını tədqiq edəcəyik. Bunun üçün aşağıdakı ardıcılığa baxaq.

$$b_{n+3} = q_1 b_n + q_2 b_{n+1} + q_3 b_{n+2} \quad (1)$$

(1) ardıcılığı [1] ardıcılığı üç tərtibli qayıdan ardıcılıqdır. İndi isə aşağıdakı teoremə baxaq:

Teorem 1. $\{b_n\}$ kompleks ədədlər ardıcılığı olsun. q_1, q_2 və q_3 qeyd edilmiş kompleks ədədlərdir. Onda $\{b_n\} \in l_p$ ($p \geq 1$).

İsbatı.

$$S_{n+3} = \sum_{p=1}^{n+3} |b_p| \quad (n = 1, 2, \dots)$$

ilə işarə edək.

$$\begin{aligned} b_4 &= q_1 b_1 + q_2 b_2 + q_3 b_3 \\ b_5 &= q_1 b_2 + q_2 b_3 + q_3 b_4 \end{aligned} \quad (2)$$

$$b_{n+3} = q_1 b_n + q_2 b_{n+1} + q_3 b_{n+2}$$

(2) sistemində münasibətləri modullar üçün yazmaq və tərəf-tərəfə toplayaq:

$$\begin{aligned} |b_3| + |b_4| + \dots + |b_{n+3}| &= |q_1|(|b_1| + |b_2| + \dots + |b_n|) + \\ &+ |q_2|(|b_2| + |b_3| + \dots + |b_{n+1}|) + |q_3|(|b_3| + |b_4| + \dots + |b_{n+2}|). \end{aligned}$$

İndi isə, bərabərliyin hər iki tərəfinə çatışmayan hədləri əlavə edək.

$$S_{n+3} \leq (|q_1| + |q_2| + |q_3|) \cdot S_{n+3} + (|b_1| + |b_2| + |b_3|)$$

beləliklə,

$$S_{n+3} \leq \frac{(|b_1| + |b_2| + |b_3|)}{1 - (|q_1| + |q_2| + |q_3|)} \quad (3)$$

formasında olur. (3) bərabərsizliyindən görünür ki, S_{n+3} ardıcılığı monoton artır və yuxarıdan məhduddur. Deməli,

$$S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_{n+3} = \sum_{p=1}^{n+3} |b_p| \quad (4)$$

Bu proseslərdən sonra aşağıdakı nəticələr doğrudur.

Nəticə . Fərz edək ki, $\{b_n\}$ ardıcılığı kompleks hədlidir. Eyni zamanda q_1, q_2 və q_3 kompleks ədədlərdir. $q = q_1 + q_2 + q_3$ işarə edək. Onda aşağıdakı hökmlər doğrudur:

1. $q < 1$ olduqda, $\{b_n\} \in l_p$,
2. $q > 1$ olduqda, $\{b_n\}$ ardıcılığı dağılır,
3. $q = 1$ olduqda isə, $\{b_n\}$ ardıcılığı yığıla da bilər, dağıla da bilər.

2. Aşağıdakı spektral məsələyə baxaq.

$$B(r, s_1, s_2, s_3) = \begin{pmatrix} r & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ s_1 & r & 0 & 0 & 0 & \dots \\ s_2 & s_1 & r & 0 & 0 & \dots \\ s_3 & s_2 & s_1 & r & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$$

B operator matrisinin l_1 fəzasında spektrini araşdıraraq:

$$B(r, s_1, s_2, s_3, \lambda) = \begin{pmatrix} r - \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ s_1 & r - \lambda & 0 & 0 & 0 & \dots \\ s_2 & s_1 & r - \lambda & 0 & 0 & \dots \\ s_3 & s_2 & s_1 & r - \lambda & 0 & \dots \\ 0 & s_3 & s_2 & s_1 & r - \lambda & 0 \end{pmatrix}.$$

Aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem 2. $B(r, s_1, s_2, s_3)$ operator- matrisinin spektri üçün $\sigma(B(r, s_1, s_2, s_3)) = \{\lambda: |r - \lambda| \leq |s_1| + |s_2| + |s_3|\}$ ifadəsi doğrudur.

Alınan nəticələr [1] – [3] işlərindəki nəticələri ümumiləşdirir.

Ədəbiyyat

1. Akhmedov A.M. On recurrent processes and associated with them spectral problems Proceedings of the 6-th International Conference on Control and Optimization with Industrial Applications, 11-13 July, 2018, Baku, Azerbaijan, v. 1, p.44-46
2. Akhmedov A.M, Shukur A.A, Shelash H.B. Weighted graphs with an application to returned sequence, Advanced Studies: Euro-Tbilisi Mathematical Journal, supplement issue 1, 2023, v. 16, p. 7-12

3. Əhmədov Ə.M.,Əbdülzadə V.A. Həndəsi silsilənin bir ümumiləşməsi haqqında / Azərbaycanın görkəmli alimi və pedaqoqu Ramin Mahmudzadənin anadan olmasının 90-cı ildönümünə həsr olunmuş informasiya texnologiyaları , suni intellekt, böyük verilənlər: müasir tendensiyalar, perspektivli tədqiqatlar mövzusunda Respublika elmi konfransın materialları, Bakı, 2025, s.78-79.

KRİTİK YÜKÜN TƏYİNİNİN ƏDƏDİ ÜSULLARI

Əkbərov Surxay Cabbar oğlu , Məmmədov Nihad İlyas oğlu

Bakı Dövlət Universiteti

akbarov@yildiz.edu.tr , nihad.memmedov2022@gmail.com

Konstruksiyaların, o, cümlədən çubuqların, lövhələrin və örtüklərin dayanıqlıq nəzəriyyəsinin əsas ədədi üsullarını – sonlu fərqlər metodu, relaksasiya metodu, yüksək tərtibli yaxınlaşmalar metodu, ekstrapolyasiya metodu və enerji metodunu əhatə edir. Bu mövzuların hər biri riyazi əsası, tətbiq qaydaları və alınmış nəticələrin dəqiqlik xüsusiyyətləri ilə fərqlənirlər. Məlumdur ki, deformasiya olunan bərk cisimlərdən ibarət konstruksiya elementlərində (lövhə, örtük və.s.) əsas tələblər möhkəmlik, sərtlik və dayanıqlıq meyarlarıdır. Sonlu yerdəyişmə və deformasiya yaranmadan konstruksiyanın materialı bütövlüyünü saxlayır – bu möhkəmliyin təminatıdır. Sərtlik dedikdə isə - böyük yerdəyişmə və deformasiya yaranmadan konstruksiya istismar olunur. Bəzi hallarda möhkəmlik və sərtlik təmin olunmasına baxmayaraq konstruksiya elementi müəyyən təsirlər nəticəsində müvazinətinin və ya hərəkətinin formasını itirir, yəni dayanıqlı haldan dayanıqsız hala keçir. Sonuncuya uyğun olan yükün qiyməti konstruksiyanın dayanıqlığında böhran həddi hesab olunur. Adətən yükün bu qiyməti möhkəmlik və sərtliyə uyğun olan qiymətindən kiçik olur. Bu halda deyirlər ki, konstruksiya öz dayanıqlığını itirir. Dayanıqsız məsələsinin həll olunması üçün müxtəlif ədədi üsullardan istifadə oluna bilər. Sonlu fərqlər tənliyi

$$\omega(x+h) + (k^2h^2 - 2)\omega(x) + \omega(x-h) = 0, \quad (1)$$

şəklində yazılır. Çubuq n bərabər hissəyə bölünür; hər daxili düyün nöqtəsi üçün bir tənlik yazılır. Əgər $n=2$ və ya $h=L/2$ qəbul etsək, bu sonlu fərqlər tənliyi $x=L/2$ nöqtəsində aşağıdakı formanı alır:

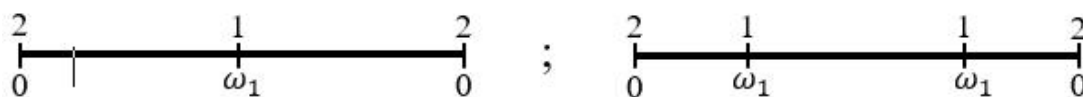
$$0 + (k^2h^2 - 2)\omega_1 + 0 = 0 \quad \text{və ya} \quad \left(\frac{k^2L^2}{4} - 2\right)\omega_1 = 0$$

buradan ya trivial həll $\omega = 0$ ya da nisbət əldə etmək olar $k^2 = \frac{P}{EI} = \frac{8}{L^2}$. Buradan alırıq

$$P_{kr} = \frac{8EI}{L^2}$$

dəqiq analitik həllə görə bu halda :

$$P_{kr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} = 9,86960 \frac{EI}{L^2}$$



Şəkil 1

Sonlu fərqlər metodu ilə n artdıqca xəta azalır. Aşağıdakı cədvəl-də bu göstərilmişdir :

n	Ehtimal olunan xəta (%)
2	-19%
3	-9%
4	-5%
5	-3,2%
6	-2,3%
7	-1,7%

Relaksasiya metodu : n artdıqca determinantın açılması əməliyyatı mürəkkəbləşdiyindən relaksasiya metodu alternativ yanaşma kimi təklif olunmuşdur. Metodun mahiyyəti belədir: (1) tənliyi $\Delta^2 \omega(x) = -k^2 h^2 \omega(x)$ şəklində yenidən yazılır. Düyün nöqtələrindəki əyilmə dəyərləri üçün ilkin təxmin seçilir; hər nöqtədə $k^2 h^2 = -\Delta^2 w / w$ nisbəti hesablanır. Əgər bu nisbət bütün nöqtələrdə eyni olarsa, həll tapılmış olur. Əks halda ən böyük xətası olan nöqtənin dəyəri düzəldilir. Proses $k^2 h^2$ dəyərləri bərabərləşənə qədər davam etdirilir. Bu metod böyük n dəyərlərində determinant açmağa ehtiyac olmadan kritik yükü yüksək dəqiqliklə təyin etməyə imkan verir.

Yüksək tərtibli yaxınlaşmalar : Əvvəlki mövzulardan alınan yüksək tərtibli sonlu fərqlər düsturu ikinci törəməni daha dəqiq ifadə edir:

$$d^2 w / dx^2 = (1/h^2)(\Delta^2 w - (1/12)\Delta^4 w + \dots)$$

bu düsturu əsas tənliyə tətbiq etdikdə beşnöqtəli tənlik alınır. Bu tənlik eyni n dəyəri üçün adi üçnöqtəli sxemə nisbətən xətanı əhəmiyyətli dərəcədə azaldır: $n=2$ üçün xəta -19%-dən -5,5%-ə, $n=4$ üçün isə -5%-dən -0,4%-ə endirilir. Lakin bu metodda sərhəd yaxınlığında xəyali nöqtələrin tətbiqi tələb olunur. Sərbəst dayaq şərtindən $w(m+1) = -w(m-1)$ münasibəti alınır.

Ekstrapolyasiya metodu : Sabit əmsallı diferensial tənliklərdə sonlu fərqlər metodunun xətasının h^2 -dən asılılığı sübut olunur :

$$e = k^2 - k^2 = \alpha_1 h^2 + \alpha_2 h^4 + \dots$$

h^2 tərtibli ekstrapolyasiya düsturu n -in iki müxtəlif qiyməti üçün alınmış nəticələrdən istifadə edərək çox daha dəqiq cavab verir : $k^2(i, j) = a(nj) \cdot k^2 j - a(ni) \cdot k^2 i$, (2) .

Üç nəticə mövcud olduqda (h^2 , h^4) tərtibli ekstrapolyasiya tətbiq edilir. Məsələn, $n=2,3,4$ üçün alınan nəticələrdən ekstrapolyasiya edilmiş dəyər xətanı - 1,7%-dən -0,006%-ə endirir. Metodun tətbiq şərti k^2 dəyərlərinin həqiqi həllə monoton yaxınlaşmasıdır.

Enerji metodu (Reyli-Rits) : Enerji metodunda kritik yükün olduğu anda enerjinin saxlanması şərtindən istifadə olunur: çubuqda toplanan əyilmə enerjisi $U = (1/2) \int EI (d^2 w / dx^2)^2 dx$ yükün gördüyü işə $Pu = (P/2) \int_0^L (dw/dx)^2 dx$ bərabər olmalıdır. Buradan Reyli düsturu alınır:

$$P = \int_0^L EI (d^2 w / dx^2)^2 dx / \int_0^L (dw/dx)^2 dx, \quad (3)$$

Kritik yük bu ifadənin minimumu kimi tapılır.

Bütün metodlar eyni fiziki məsələni — kritik yükün tapılmasını — müxtəlif riyazi yanaşmalarla həll edir. Sonlu fərqlər metodu əsas çərçivəni müəyyən edir; relaksasiya metodu böyük sistemlər üçün hesablama yükünü azaldır; yüksək tərtibli yaxınlaşmalar eyni n ilə dəqiqliyi artırır; ekstrapolyasiya metodu artıq hesablanmış nəticələri birləşdirərək minimum əlavə iş ilə maksimum dəqiqlik təmin edir; enerji metodu isə fərqli fiziki baxış bucağından eyni cavabı verir. Bu metodların birlikdə tətbiqi mürəkkəb konstruksiyaların dayanıqlığı hesablamalarında etibarlı nəticə əldə etməyə imkan verir.

Ədəbiyyat

1. Timoshenko S.P., Gere J.M. Theory of Elastic Stability. McGraw-Hill, 1961.
2. Southwell R.V. Relaxation Methods in Engineering Science. Oxford, 1940.
3. Frazer R.A., Jones W.P., Skan S.W. Approximations to Functions and to the Solutions of Differential Equations. G.B. Aero. Res. Committee, Rep. № 1799, 1937.
4. Anderson D.L. New teory of the earth. Cambridge University Press, 2007.

FIRLANAN MAYELƏRDƏ DALĞALAR

Əliyev Alı Bakir oğlu, Elnarə İbrahimova Nüsrəddin qızı

Bakı Dövlət Universiteti

alialiyev.b@gmail.com, elnarei150@gmail.com

Sadəlik üçün qəbul edək ki, maye z oxu ətrafında $\bar{\Omega}$ sabit bucaq sürəti ilə fırlanır və $\rho_v = \text{const}, N^2 = 0$. Onda $\bar{\vartheta} = \{u, v, w\}, \bar{\Omega} = \{0, 0, \Omega_z\}$ olar

$$2\bar{\Omega} * \bar{\vartheta} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 0 & 2\Omega_z \\ u & v & w \end{vmatrix} = -2\Omega_z v \bar{i} + 2\Omega_z u \bar{j} \quad (1)$$

Onda sıxılmayan maye üçün hidrodinamikanın xəttilləşmiş tənlikləri aşağıdakı kimi olur

$$\frac{\partial u}{\partial t} - k v + \frac{1}{\rho_v} \frac{\partial P}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + k u + \frac{1}{\rho_v} \frac{\partial P}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{1}{\rho_v} \frac{\partial P}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial w}{\partial z} \quad (5)$$

(2) tənliyindən x və t -yə görə (3)-dən isə y və t -yə görə törəmə alıb, tərəf-tərəfə topladıqdan sonra alınan tənlikdə (5) kəsilməzlik tənliyini nəzərə alaq:

$$\frac{1}{\rho_v} \frac{\partial}{\partial t} \Delta - P = \frac{\partial^3 W}{\partial t^2 \partial z} + k \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right). \quad (6)$$

İndi (2)-dən y -ə, (3)-dən x -ə görə törəmə alıb, birinci tənlikdən ikinci tənliyi çıxaraq və alınan tənliyi (5)-in köməyi ilə çevirək:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) = k \frac{\partial W}{\partial z}.$$

Bu tənliyi (6)-da nəzərə alaq:

$$\frac{1}{\rho_v} \frac{\partial}{\partial t} \Delta - P = \frac{\partial^3 W}{\partial t^2 \partial z} + k^2 \frac{\partial W}{\partial z}. \quad (7)$$

(4) tənliyinə $\frac{\partial}{\partial t}$ və Δ –operatorları ilə təsir etdikdən sonra alınan tənlikdə (7) münasibətini nəzərə alaq:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \Delta w + k^2 \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = 0. \quad (8)$$

(8) tənliyinin həllini müstəvi harmonik dalğalar şəklində axtarsaq,

$$W = b \exp i[(\bar{k}\bar{r} + k_z z - \omega t)]. \quad (9)$$

Asanlıqla dispersiya münasibətini alırıq:

$$\omega^2 = k^2 \frac{k_z^2}{k^2 + k_z^2} = k^2 \cos^2 \theta \quad (10)$$

burada, θ dalğa vektoru ilə şaquli bucaq sürəti vektoru arasındakı bucaqdır. (10)-dan alırıq ki, ixtiyari uzunluqlu inersiya dalğalarının tezliyi fırlanan mayenin bucaq sürətinin iki mislindən böyük ola bilməz.

Ədəbiyyat

1. Кочин Н.Е., Кибель И.А, Розе Н.В. “Теоретическая Гидромеханика” Част II (1954)
2. Ramazanov T.Q. “Maye, qaz mexanikası və dalğa dinamikasına giriş Bakı-2000

n ÖLÇÜLÜ EVKLİD FƏZASINDA p ÖLÇÜLÜ SƏTHLƏRİN DİFERENSİALLANAN İNİKASI

Əliyev Nəcəf Yaqub oğlu, Əliyev Fuad Nəcəf oğlu
Bakı Dövlət Universiteti, Azərbaycan Diplomatik Akademiyası
ynaliyev@bsu.edu.az, fnaaliyev@ada.edu.az

E_n və $\bar{E}_n$ evklid fəzasına baxaq. Bu fəzaları E_{2n} fəzasının alt çoxluqları kimi götürək. Belə ki, $E_n \perp \bar{E}_n$, $E_n \cap \bar{E}_n = \{O\}$. Fərz edək ki, V_p və $\bar{V}_p$ hamar səthlər olub belə ki, $V_p \subset E_n$, $\bar{V}_p \subset \bar{E}_n$. [2]

Belə bir qarşılıqlı birqiymətli diferensiallanan inikasa baxaq:
 $T: V_p \rightarrow \bar{V}_p$, belə ki, bu inikas $\Omega \subset V_p$ oblastını $\bar{\Omega} \subset \bar{V}_p$ oblastına çevirir. Əgər x_1 nöqtəsi Ω oblastında dəyişirsə onda $x_2 = T(x_1)$ nöqtəsidə $\bar{\Omega} \subset \bar{V}_p$ oblastında

dəyişəcəkdir. Bu halda $\vec{x} = \vec{x}_1 + \vec{x}_2$ vektoru $\Omega \subset V_p$ oblastında dəyişəcəkdir, hansı ki, V_p^* səthi T inikasının qrafiki adlanır. [1]

Hərəkətli reper və E. Kartanın xarici formalar metodundan istifadə edərək aşağıdakı kimi nəticələr alınmışdır.

Teorem 1: Aşağıdakı $\Sigma_p \subset V_p$, $\bar{\Sigma}_p = T(\Sigma_p) \subset \bar{V}_p$ və $\Sigma_p^* \subset V_p^*$ şəbəkələrinin qoşma olması üçün zəruri və kafi şərt onlardan hər hansı birinin qoşma olmasıdır.

Teorem 2: Qoşma şəbəkə $\Sigma_p \subset V_p$ (və ya $\bar{\Sigma}_p = T(\Sigma_p) \subset \bar{V}_p$) T inikasının əsası olması üçün zəruri və kafi şərt Σ_p və $\bar{\Sigma}_p'$ şəbəkələrinin qoşma olmasıdır. (belə ki, Σ_p və $\bar{\Sigma}_p'$ şəbəkələri Σ_p və Σ_p qarşılıqlı şəbəkələridir.)

Ədəbiyyat

1. Алиев Н.Я. Об отображении поверхностей коразмерности два евклидовых пространств. "Геометрия Погруженных Многообразий. Москва, 1981 год с. 3-5.
2. Базилев В.Т. А многомерных сетях в евклидовом пространстве. Литовский математический сборник 1966, 6, №4, 475-491.
<https://www.journals.vu.lt/LMJ/article/view/19746>

ÇOXÖLÇÜLÜ SƏTHLƏRƏ AİD BƏZİ MƏSƏLƏLƏR

Əliyev Nəcəf Yaqub oğlu, Əzizova Nəzrin Təhsin qızı

Bakı Dövlət Universiteti

necefe81@gmail.com, nazrinazizova2004.28@gmail.com

Fərz edək ki, E_n -də p -ölçülü V_p səthi verilmişdir. E_n -in O nöqtəsinə tərpənməz $R = \{0, \vec{j}_1, \vec{j}_2, \dots, \vec{j}_n\}$ reperi gətirək. Bu halda $V_p \subset E_n$ səthi belə bir vektorial tənliklə veriləcəkdir:

$$\vec{x} = x^h \vec{j}_h, \quad h=(1,2,\dots,n) \quad (1)$$

Səthin X nöqtəsinə $R = \{x, \vec{e}_h\}$ hərəkətli reperi gətirək. $h=(1,2,\dots,n)$

Belə ki, $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \dots, \vec{e}_p \in T_p(x)$, $\vec{e}_{p+1}, \dots, \vec{e}_n \in N_{n-p}(x)$

Bu reperi sonsuz kiçik yerdəyişməsi aşağıdakı tənliklərlə veriləcəkdir: [1]

$$d\vec{x} = \omega^i \vec{e}_i, \quad (2)$$

$$d\vec{e}_i = \omega_i^j \vec{e}_j + \omega_i^\alpha \vec{e}_\alpha \quad (3)$$

$$d\vec{e}_\alpha = \omega_\alpha^i \vec{e}_i + \omega_\alpha^\beta \vec{e}_\beta, \quad (4)$$

$$i, j = \overline{1, p}, \alpha, \beta = \overline{p+1, n}.$$

Bu səth üzərində Σ_p şəbəkəsi götürək. $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \dots, \vec{e}_p$ vektorlarını şəbəkəni əmələ gətirən ayrılacaq boyunca yönəldək.

Belə bir vektora baxaq :

$$\vec{M} = \frac{1}{p} \gamma^{ik} b_{ik}^a \vec{e}_a \quad (5)$$

Bu vektor $V_p \subset E_n$ səthinin M nöqtəsində minimal ayrılık vektoru adlanır.

$V_p \subset E_n$ səthi üçün belə bir teoremlə isbat edilmişdir. $V_p \subset E_n$ səthi üzərində $\Sigma_p \subset V_p$ şəbəkəsi səthin orta ayrılık vektoruna nəzərən ayrılık şəbəkəsi olması üçün zəruri və kafi şərt

$$\vec{M} \cdot \vec{b}_{ik} = 0 \quad (6)$$

olmasıdır. ($i \neq k$) $\vec{b}_{ik}$ vektoru $V_p \subset E_n$ səthinin x nöqtəsində məcburi ayrılık vektoru adlanır.

Ədəbiyyat

1. Базылев В.Т. Геометрия дифференцируемых отображений евклидовых пространств. Уч. Зап. МГПИ. 1970. №374. С.41-45
2. Алиев А.Я. Об отображении поверхностей коразмерностей двух евклидовых пространств. Сборник научных трудов. Геометрия погруженных многообразий. Москва 1981. ст.3-5

FUNKSIONAL DƏRƏCƏLƏNDİRİLMİŞ KOMPOZİT SİLİNDRİN XALIS BURULMADA GƏRGİNLİK VƏZİYYƏTİ

Əliyev Vüsal Elgiz oğlu

Bakı Dövlət Universiteti

vusal.aliyev.job@gmail.com

Bu tip materiallarda mexaniki xassələr, xüsusilə sürüşmədə elastiklik modulu qalınlıq boyunca dəyişdiyindən, klassik bircins mühitlərdən fərqli olaraq daha ümumi yanaşma tələb olunur. Qalınlıq boyu sürüşmədə elastiklik modulu aşağıdakı qanunauyğunluqla paylanmışdır [1].

$$G(r) = G_m + (G_{ker} - G_m) \cdot \left(\frac{r}{R_2} \right)^n. \quad (1)$$

Burada G_m – metalın, G_{ker} – keramikanın sürüşmədə elastiklik modulları, r – cari radius, R_2 – borunun xarici radiusu, n – dərəcələndirmə parametridir. Bu cür funksional dərəcələndirilmiş silindrik boru cüt qüvvənin təsiri altında xalis burulma

vəziyyətindədir. Bu qüvvələrin yaratdığı sabit burulma momentini M_b ilə işarə edək. Deformasiya vəziyyəti sadə burulma vəziyyəti olduğu üçün en kəsikdə yaranan toxunan gərginlik aşağıdakı kimi təyin olunur:

$$\tau_r = \gamma \cdot G(r) \quad (2)$$

Sürüşmə deformasiyası və dönmə bucağı radiusdan asılı olaraq dəyişir.

$$\gamma = r \cdot \frac{d\varphi}{dx} \quad (3)$$

(3) ifadəsini (2)-də yerinə qoyaraq toxunan gərginlik üçün ifadəni alırıq

$$\tau_r = r \cdot \frac{d\varphi}{dx} \cdot G(r) \quad (4)$$

Onda n kəsikdə yaranan qüvvə momenti:

$$dM_b = \int_A r \cdot \tau_r dA \quad (5)$$

burada A — en kəsikdəki halqanın sahəsidir.

$$dA = 2\pi r \cdot dr \quad (6)$$

(4) və (6) ifadəsini (5)-də yerinə qoyaraq

$$dM_b = \int_A r^2 \cdot \frac{d\varphi}{dx} \cdot G(r) \cdot 2\pi r dr$$

bu ifadəni integrallayıb, tam burulma momentini aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$M_b = 2\pi \cdot \frac{d\varphi}{dx} \int_{R_1}^{R_2} r^3 \cdot G(r) dr \quad (7)$$

Bu mərhələdə (1)-də verilmiş G_r funksiyasını (7)-də yerinə yazaq. Nəticədə integral iki hissəyə ayrılır və belə yazılır

$$M_b = 2\pi \frac{d\varphi}{dx} \left[\int_{R_1}^{R_2} r^3 G_m dr + \frac{G_k - G_m}{R_2^n} \int_{R_1}^{R_2} r^{n+3} dr \right].$$

İntegralları hesablasaq, aşağıdakı ifadəni əldə edərək

$$M_b = 2\pi \frac{d\varphi}{dx} \left[\frac{G_m}{4} (R_2^4 - R_1^4) + \frac{G_k - G_m}{R_2^n} \cdot \frac{1}{n+4} (R_2^{n+4} - R_1^{n+4}) \right]$$

Buradan $\frac{d\varphi}{dx}$ -i ifadəsini ayırısaq:

$$\frac{d\varphi}{dx} = \frac{M_b}{2\pi \left[\frac{G_m}{4} (R_2^4 - R_1^4) + \frac{G_k - G_m}{R_2^n (n+4)} (R_2^{n+4} - R_1^{n+4}) \right]}$$

(8), (1) və (4) ifadələrini birlikdə istifadə edərək toxunan gərginliyin son ifadəsini alırıq:

$$\tau_r = \frac{M_b}{2\pi \left[\frac{G_m}{4} (R_2^4 - R_1^4) + \frac{G_k - G_m}{R_2^n (n+4)} (R_2^{n+4} - R_1^{n+4}) \right]} \cdot r \left[G_m + (G_k - G_m) \left(\frac{r}{R_2} \right)^n \right] \quad (8)$$

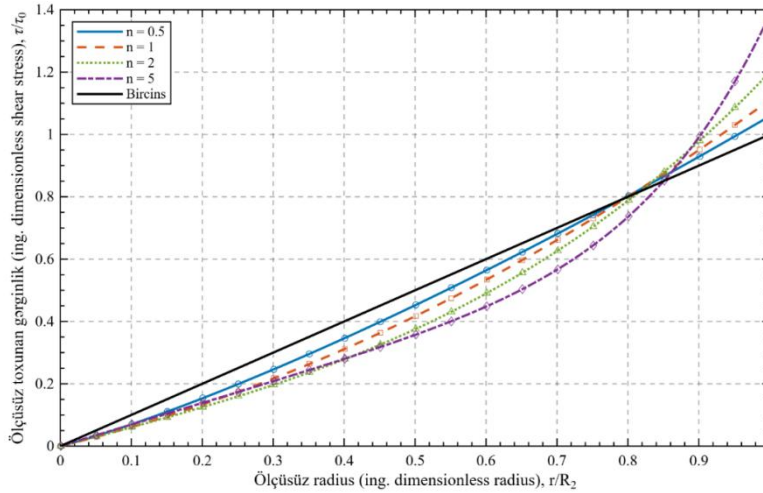
Bu nəticə göstərir ki, gərginlik paylanması radius boyunca qeyri-xətti dəyişir və bu dəyişmə dərəcələndirmə parametrindən birbaşa asılıdır — τ_r iki hissəyə ayrılır:

$$\tau_r = \frac{M \cdot G_m}{2\pi \left[\frac{G_m}{4} (R_2^4 - R_1^4) + \frac{G_k - G_m}{R_2^n (n+4)} (R_2^{n+4} - R_1^{n+4}) \right]} \cdot r + \frac{M \cdot (G_k - G_m)}{2\pi \left[\frac{G_m}{4} (R_2^4 - R_1^4) + \frac{G_k - G_m}{R_2^n (n+4)} (R_2^{n+4} - R_1^{n+4}) \right]} \cdot \frac{r^{n+1}}{R_2^n} \quad (9)$$

Burulma momentinin tənliyindən və materialın toxunan gərginliyin radius boyu paylanması üçün analitik ifadə alınmışdır. Hesablamalar müxtəlif dərəcələnmə göstəriciləri ($n = 0.5, 1, 2, 5$) üçün aparılmış və nəticələr bircins halla müqayisə edilmişdir. (Şəkil 1)

Texniki qeyd (Methodology / Software hissəsinə)

Bütün hesablamalar və qrafik vizuallaşdırma **MATLAB R2026a** (MathWorks Inc., ABŞ) proqram təminatında **MATLAB skript dili** ilə yerinə yetirilmişdir. Analitik ifadələr birbaşa kodlanmış, qrafiklər 300 DPI çözünlükdə TIFF formatında ixrac edilmişdir.



Şəkil 1. FDK silindrdə xalis burulma altında toxunan gərginliyin radius boyu paylanması

Şəkil 1-də göstərildiyi kimi, dərəcələnmə parametri n artdıqca toxunan gərginliyin daxili oblastlarda azaldığı, xarici səthə yaxınlaşdıqca isə kəskin artdığı müşahidə olunur. Kiçik n qiymətlərində ($n = 0.5$) paylanma bircins hala yaxındır, lakin $n = 5$ halında xarici səthdə gərginliyin maksimum qiyməti bircins haldakından təqribən 1.4 dəfə çoxdur. Bütün əyrilərin $r/R_2 \approx 0.85$ nöqtəsində kəsişməsi xüsusi diqqət çəkir, bu nöqtə dərəcələnmə parametrinə həssas olmayan invariant zona kimi şərh edilə bilər. Alınan nəticələr FDK silindrlərin layihələndirilməsində material kompozisiyasının optimal seçilməsi üçün mühüm məlumat verir.

Ədəbiyyat

1. Akhmedov N. K., Piriev S. A., and Rustamova M. A., "Mathematical investigation of long-term strength issues of cylindrical rods made of heritage-type damageable materials during torsion," Mech. Solids, vol. 59, no. 3, pp. 1603–1613, 2024, doi: 10.1134/S0025654424603434/

UNİVERSAL ƏMSALLAR TEOREMİ

Əliyeva Nərgiz Yalçın, Bayramov Sədi Andəm

Bakı Dövlət Universiteti

neliyeva876@gmail.com, baysadi@gmail.com

Ümumiyyətlə, qeyri-səlis homolojiya modullarının ardıcılığı qeyri-səlis zəncir komplekslərində dəqiq deyil. Buna görə də, bəzi şərtlər altında qeyri-səlis homolojiya modullarının dəqiq ardıcılığını qururuq. Universal əmsallar teoremi bu ideyadan istifadə etməklə sübut olunur.

Teorem 1. Əgər

$$\tilde{0} \rightarrow (C', \theta') \xrightarrow{\tilde{i}} (C, \theta) \xrightarrow{\tilde{p}} (C'', \theta'') \rightarrow \tilde{0} \quad (1)$$

ardıcılığı qeyri-səlis zəncir komplekslərinin qeyri-səlis parçalanma qısa dəqiq ardıcılığıdır, onda qeyri-səlis homolojiya modullarının ardıcılığı aşağıdakı kimi dəqiqdir:

$$\dots \leftarrow H_{n-1}(C', \theta') \xleftarrow{\tilde{\partial}_*} H_n(C'', \theta'') \leftarrow H_n(C, \theta) \leftarrow H_n(C', \theta') \dots \quad (2)$$

Təklif 2. Qeyri-səlis modulların hər bir parçalanmış qeyri-səlis qısa dəqiq

$$\tilde{0} \rightarrow (A', \theta) \xrightarrow{\tilde{\alpha}} (A, \nu) \rightarrow (A'', \eta) \rightarrow \tilde{0}$$

ardıcılığı və hər qeyri-səlis (B, μ) modulu üçün

$$\tilde{0} \rightarrow (A', \theta) \otimes (B, \mu) \xrightarrow{\tilde{\alpha} \otimes \tilde{1}} (A, \nu) \otimes (B, \mu) \rightarrow (A'', \eta) \otimes (B, \mu) \rightarrow \tilde{0}$$

ardıcılığı qeyri-səlis parçalanan qısa dəqiq ardıcılıqdır.

Tərif 3. $H_n((C, \theta) \otimes (G, \mu))$ qeyri-səlis homoloji modulu (G, μ) əmsallı homoloji modul adlanır və $H_n((C, \theta); (G, \mu))$ kimi işarə olunur.

Teorem 4. Qeyri-səlis zəncir komplekslərinin hər bir parçalanan qeyri-səlis qısa dəqiq ardıcılığı üçün

$$\tilde{0} \rightarrow (C'\theta') \rightarrow (C, \theta) \rightarrow (C'', \theta'') \rightarrow \tilde{0}$$

və hər bir (G, μ) qeyri-səlis modulu üçün, qeyri-səlis homoloji modulların

$$\dots \leftarrow H_{n-1}((C'\theta'); (G, \mu)) \leftarrow H_n((C'', \theta''); (G, \mu)) \leftarrow \\ H_n((C, \theta); (G, \mu)) \leftarrow H_n((C'\theta'); (G, \mu)) \leftarrow \dots$$

ardıcılığı dəqiqdir və funktorialdır.

Teorem 5. Əgər (C, θ) sərbəst qeyri-səlis zəncir kompleksi və (G, μ) qeyri-səlis modul olarsa, onda aşağıdakı kimi funktorial qısa dəqiq ardıcılıq mövcuddur:

$$\tilde{0} \rightarrow H_n((C, \theta) \otimes (G, \mu)) \xrightarrow{\varphi_n} H_n((C, \theta); (G, \mu)) \rightarrow \\ F\text{-Tor}(H_{n-1}((C, \theta), (G, \mu)) \rightarrow \tilde{0}$$

və bu ardıcılıq parçalanandır.

Ədəbiyyat

1. Bayramov S.A., Fuzzy and fuzzy soft structure in algebras, Lambert Academic Publishing, 2012.
2. Zahedi M.M, Some results on fuzzy modules, Fuzzy Sets and Sustems 55(1993),355-361.
3. Lopez-Permouth S.R.and Malik D.S., On categories of fuzzy modules, Information Sciences 52,pp.211-220,1990.
4. Zahedi M.M.and Ameri R., Fuzzy Exact Sequence in Categori of Fuzzy Modules,J.Fuzzy Math.,2(2),(1994),409-424.

ÜSTLÜ FUNKSIYA DAXİL OLAN BƏZİ İFADƏLƏRİN İNTEQRALLANMASI

Əlizadə Nihad Əmrah oğlu

Bakı Dövlət Universiteti , Mexanika-riyaziyyat fakültəsi

Elizadenihat59@gmail.com

Məqalədə üstlü funksiya daxil olan bəzi ifadələrin integrallanması üsulları, onların rəşional funksiyağa gətirilməsi və uyğun əvəzləmələrin tətbiqi nəzərdən keçirilir.

Elə üstlü funksiya daxil olan funksiyaqlar var ki, onların ibtidai funksiyaşının tapılması çox çətindir. Lakin elə üstlü funksiya daxil olan funksiyaqlar da vardır ki,

onları rasiyal funksiyaya gətirib integrallamaq olar. Həmin funksiyalara nəzər salaq.

$$1. \int a^x dx, (a > 0, a \neq 1).$$

Bu integralı hesablamaq üçün aşağıdakı əvəzləməni daxil edək:

$$a^x = t, x = \log_a t, dx = \frac{1}{t \ln a} dt.$$

$$\text{Nümunə. } \int \frac{dx}{2 + e^x}.$$

$$2. \int (a^{x m_1 / n_1}, a^{x m_2 / n_2}, \dots, a^{x m_r / n_r}) dx, (a > 0, a \neq 1).$$

Aşağıdakı kimi əvəzləmə aparaq: $m_1, m_2, \dots, m_r \in \mathbb{Z}, n_1, n_2, \dots, n_r \in \mathbb{N}$. Qoy $a^x = t^k$. Onda $x = \log_a t^k = k \log_a t$. Burada k ədədi $n_1, n_2, \dots, n_r$ ədədlərinin ƏKOB-udur və

$$dx = \frac{k}{t \ln a} dt.$$

$$\text{Nümunə. } \int \frac{dx}{\sqrt{e^x} + \sqrt[3]{e^x}}.$$

$$3. \int (a^x, b^x) dx, (a, b > 0, a, b \neq 1).$$

Aşağıdakı hallar mümkündür.

a) Əsaslardan biri digərinin rasiyal üstlü qüvvəti şəklində göstərilə bilər: $b = a^q$. Bu halda $b^x = (a^q)^x = a^{qx}$. Əgər $a^x = t$ götürsək, onda $b^x = t^q, x = \log_a t$ və $dx = \frac{1}{t \ln a} dt$.

$$\text{Nümunələr. } \int \frac{dx}{4^x + 8^x}; \int \frac{dx}{2^x + (2\sqrt{2})^x}.$$

b) Əsaslardan biri digərinin rasiyal üstlü qüvvəti şəklində göstərilə bilmir. Bu zaman məsələ daha mürəkkəb xarakter alır. Belə ki, ibtidai funksiya elementar funksiyalar sinfindən kənarda da ola bilər. Burada üç hal mümkündür: əsaslar qarşılıqlı sadədir -

$$\int \frac{dx}{2^x + 3^x}; \text{ əsaslardan biri digərinin bölənidir - } \int \frac{dx}{2^x + 6^x}; \text{ əsaslar nə}$$

$$\text{qarşılıqlı sadədir, nə də biri digərinin bölənidir - } \int \frac{dx}{6^x + 9^x}.$$

Bu halların heç birində elementar funksiyalar sinfində olan ibtidai funksiya alınmır, yəni ibtidai funksiya elementar funksiyaların sonlu kombinasiyası şəklində göstərilə bilmir.

4. Əsasları həndəsi silsilənin ardıcıl hədləri olan üstlü funksiyaların daxil olduğu

$$\text{integrallar: } \int \frac{b^x}{a^x \pm c^x} dx, (a, b, c > 0, a, b, c \neq 1, b^2 = ac).$$

Bu integralı 1-ci integrala gətirmək olar. Bunun üçün kəsrin surət və məxrəcini a^x -ə və ya c^x -ə bölə bilərik.

Müəyyənlik üçün kəsrin surət və məxrəcini a^x -ə bölək. Əgər $\frac{b}{a} = \frac{c}{b} = q$ olarsa, onda

$$\frac{b^x}{a^x \pm c^x} dx = \frac{q^x}{1 \pm (q^2)^x} dx. \text{ Burada } q^x = t, x = \log_q t, dx = \frac{1}{t \ln q} dt.$$

İndi isə kəsrin surət və məxrəcini c^x -ə bölək. Əgər $\frac{b}{c} = \frac{a}{b} = q$ olarsa, onda

$$\frac{b^x}{a^x \pm c^x} dx = \frac{q^x}{(q^2)^x \pm 1} dx. \text{ Burada } q^x = t, x = \log_q t, dx = \frac{1}{t \ln q} dt.$$

Nümunələr. $\frac{12^x}{16^x - 9^x} dx; \frac{6^x}{18^x + 2^x} dx.$

5. Üstlü funksiyalara nəzərən bircins funksiyanın inteqralı.

Fərz edək ki, bizə $f(u, v)$ funksiyası verilmişdir və təyin oblastı D -dir. Əgər $\forall u, v \in D$ və $\forall t \in R$ mövcuddursa ki, $f(tu, tv) = t^n f(u, v)$ şərti ödənilsın, onda f funksiyasına u və v -yə görə bircins funksiya deyilir. Burada n bircins funksiyanın tərtibi adlanır. $u = u(x), v = v(x)$ götürsək, x -dən asılı müxtəlif funksiyalar üçün bircins funksiyanı təyin edə bilərik.

Praktikada daha çox bir-birinə yaxın olan, yəni bir-biri ilə ifadə olunan funksiyalardan asılı bircins funksiyalardan istifadə olunur. Məsələn, $f(x) = \frac{\sin x + \cos x}{\cos x - \sin x}$ funksiyası sinus və kosinus funksiyalarına görə bircins funksiyaadır.

Bu funksiyanı $f(x) = \frac{1 + \tan x}{1 - \tan x}$ şəklində yazı bilərik.

(3) halının xüsusi halı olan bu halda isə $\frac{b^x}{a^x} = t$ və ya $\frac{a^x}{b^x} = t$ əvəzləməsi daxil edərək inteqralı hesablaya bilərik. Müəyyənlik üçün $\frac{b^x}{a^x} = t$ götürək. Onda

$$\frac{b^x}{a^x} = t, x = \log_{b/a} t, dx = \frac{dt}{t(\ln b - \ln a)}.$$

Beləliklə, (3) halındakı inteqral aşağıdakı inteqrala gətirilir: $f(t) \frac{dt}{t(\ln b - \ln a)} = \frac{1}{\ln b - \ln a} \varphi(t) dt$. Göründüyü kimi, bu funksiya da t -yə nəzərən rəşional funksiyaadır.

Nümunə. İnteqralı hesablayın: $\frac{8^x + 27^x}{12^x - 18^x} dx.$

Asanlıqla yoxlamaq olar ki, inteqralaltı funksiya 2^x və 3^x funksiylarına nəzərən bircins funksiya dır. Burada $\frac{3^x}{2^x} = t$ əvəzləməsi aparsaq, aşağıdakı rasiyal funksiya dan asılı inteqralı alırıq:

$$\frac{1}{\ln 3 - \ln 2} \frac{t^3 + 1}{t - t^2} dt = \frac{1}{\ln 3 - \ln 2} \frac{(t+1)(t^2 - t + 1)}{t(1-t)} dt.$$

Bunu isə sadə kəsrlərə parçalamla inteqrallamaq olar.

Qeyd 1: Əvəzləməni aparmazdan öncə inteqralaltı funksiyanın hər bir həddini uyğun qüvvətə bölmək funksiya üzərində inteqrallama əməliyyatını nisbətən asanlaşdırır.

Qeyd 2: İstənilən $f(u, v)$ tipli belə bircins funksiyanı analoji üsulla inteqrallamaq olar. $\frac{u}{v} = t$ və ya $\frac{v}{u} = t$ əvəzləməsi aparmla funksiya rasiyallaşacaq.

Qeyd edək ki, $\tan \frac{x}{2} = u$ əvəzləməsi də rasiyallaşdırıcı əvəzləmədir. Lakin orada bircinslik tələbi yoxdur.

İnteqralda $2n-1$ əlaqəsi. $x^{2n-1} f(x^n) dx$ tipli inteqralların hesablanmasına baxaq.

Burada n hər hansı müsbət tam ədəd, $f(x)$ isə kəsilməz diferensiallanan funksiya dır.

Üsul 1. $x^{2n-1} f(x^n) dx = x^n x^{n-1} f(x^n) dx = \frac{1}{n} x^n f(x^n) d(x^n)$. Əgər $x^n = t$ olarsa, onda $\frac{1}{n} t f(t) dt$ alınır.

Üsul 2. $x^{2n-1} f(x^n) dx = \frac{1}{2n} f(x^n) d(x^{2n})$. Əgər $x^n = t$ olarsa, onda $\frac{1}{2n} f(t) 2t dt = \frac{1}{n} t f(t) dt$ alınır.

İKİ TƏRTİBLİ İNTEQRO-DİFERENSİAL İNTEQRO-DİFERENSİAL TƏNLIYİN GÜCLÜ HƏLLİNİN VARLIĞI

Əsədov Tofiq Babulla oğlu, Salmanova Könül Alim qızı

Bakı Dövlət Universiteti

tofig-as@mail.ru, ksalmanova250@gmail.com

Bir çox təbiət hadisələri funksional-diferensial, inteqro-diferensial tənliklərin tətbiqi ilə həll edilir. nəzəriyyəsinə inteqral operatorlar iştirak edən funksional-

diferensial tənliklərin xüsusi halı kimi baxmaq olar[1,2]. İnteqro-diferensial tənliklər spektral məsələlər inteqral operatorlar nəzəriyyəsi, funksiyalar nəzəriyyəsi və funksional analizin metodlarının geniş tətbiqi öyrənilir[1-4]. Bu baxımdan öyrənilən mövzu həm nəzəri, həm də elmi-praktik cəhətdən aktualdır.

Tutaq ki, H separabel Hilbert fəzasıdır, A operatoru öz-özünə qoşma müsbət operatorudur, $A^* = A$ $k_0 \ni (k_0 > 0)$, H separabel Hilbert fəzasında təsir edir və kompakt tərsi var. B simmetrik operatorudur $(Bx, y) = (x, By)$, Hilbert fəzasında təsir edir və $D(A) \subset D(B)$, mənfi deyil $\forall x, y \in D(B)$ üçün $(Bx, x) \geq 0$, $\forall x \in D(A)$ üçün $0 < k < 1$ olduqda $\|Bx\| \leq k\|Ax\|$ bərabərsizliyi ödənilir, $\exists$ operatoru Hilbert fəzasında eynilik operatorudur.

$R_+ = (0; \infty)$ yarımoxdə iki tərtibli inteqro-diferensial tənlik üçün aşağıdakı kimi məsələyə baxaq

$$\frac{d^2 u(t)}{dt^2} + (A + B)u(t) - \int_0^t K(t-s)Au(s)ds - \int_0^t Q(t-s)Bu(s)ds = f(t), \quad t \in R_+, \quad (1)$$

$$u(+0) = \varphi_0, \quad (2)$$

$$u^{(1)}(+0) = \varphi_1, \quad (3)$$

Fərz edək ki, $K(t)$ və $Q(t)$ inteqral operatorların nüvəsinin aşağıdakı kimi ayrılığı var.

$$K(t) = \int_0^t e^{-t\tau} d\mu(\tau), \quad Q(t) = \int_0^t e^{-t\tau} d\eta(\tau)$$

Burada $d\mu$ və $d\eta$ ölçülərinə sağdan kəsilməz, artan uyğun olaraq μ və η funksiyaları uyğundur. İnteqral Stiltəs mənada başa düşülür. Bundan başqa, hesab edirik ki, aşağıdakı şərtlər ödənilir.

$$\frac{d\mu(\tau)}{d\tau} < 1, \quad \frac{d\eta(\tau)}{d\tau} < 1 \quad (4)$$

$$\text{burada } \mu \text{ və } \eta \text{ funksiyaları } K(0) = \int_0^+ d\mu(\tau) < +\infty, \quad Q(0) = \int_0^+ d\eta(\tau) < +\infty \quad (5)$$

oları $(d_0, +\infty)$, $d_0 > 0$ yarımintervalına daxildir.

$A_0 := A + B$ işarə edək. Aydındır ki, A_0 operatoru öz-özünə qoşma müsbət operatorudur. A_0^β operatorunun təyin $D(A_0^\beta)$ oblastında $\|A_0^\beta\| = \|A_0^\beta\|$, $\beta > 0$ normasını daxil etməklə, onu H_β Hilbert fəzasına çevirək.

$R_+ = (0; \infty)$ yarımoxda təyin olunmuş və qiymətləri H Hilbert fəzasından olan Sobolev fəzasını $W_{2,\gamma}^n(R_+, A_0)$ ilə işarə edək. Bu fəzada normanı aşağıdakı kimi daxil edək.

$$\|u\|_{W_{2,\gamma}^n(R_+, A_0)} = \left(\int_0^\infty e^{-2\gamma t} \left(\|u^{(n)}(t)\|_H^2 + \|A_0 u(t)\|_H^2 \right) dt \right)^{1/2}, \quad \gamma > 0$$

Tərif 1. Əgər u funksiyası müəyyən $\gamma > 0$ üçün $W_{2,\gamma}^2(R_+, A_0)$ fəzasına daxildirsə, (1) şərtini bütün R_+ yarımoxunda sanki hər yerdə və eləcə də (2) başlanğıc şərtini ödəyirsə, onda ona (1)-(2) məsələsinin güclü həlli deyilir.

$\varphi_0 = \varphi_1 = 0$ bircins başlanğıc şərti daxilində (1) tənliyi üçün Laplas çevirməsinə baxsaq, $L(\lambda)u(\lambda) = f(\lambda)$ tənliyini alırıq, burada

$$L(\lambda) = \lambda^2 I + A + B - K(\lambda)A - G(\lambda)B$$

operator-funksiyası (1) tənliyinin simvoludur, $K(\lambda)$ və $G(\lambda)$ funksiyaları uyğun olaraq $u(t)$ və $f(t)$ funksiyaları üçün Laplas çevirmələridir, $K(\lambda)$ və $G(\lambda)$ funksiyaları isə uyğun olaraq $K(t)$ və $Q(t)$ funksiyaları üçün Laplas çevirməsidir və aşağıdakı ayrılışa malikdirlər.

$$K(\lambda) = \int_0^\infty \frac{d\mu(\tau)}{\lambda + \tau}, \quad G(\lambda) = \int_0^\infty \frac{d\eta(\tau)}{\lambda + \tau}.$$

Teorem 1. Tutaq ki, (4), (5) şərtləri ödənilir. Müəyyən $\gamma_0 > 0$ üçün $f(t) \in L_{2,\gamma_0}(R_+, H)$ və $f(0) = 0$, bundan başqa, $\varphi_0 \in H_1$, $\varphi_1 \in H_{1/2}$. Onda elə $\gamma_1 > \gamma_0$ var ki, $\forall \gamma > \gamma_1$ üçün (1)-(3) məsələsinin $W_{2,\gamma}^2(R_+, A_0)$ fəzasında aşağıdakı şərti ödəyən yeganə güclü həlli var.

$$\|u\|_{W_{2,\gamma}^2(R_+, A_0)} \leq d \left(\|f(t)\|_{L_{2,\gamma}(R_+, H)} + \|A_0 \varphi_0\|_H + \|A_0^{1/2} \varphi_1\|_H \right),$$

burada d ədədi f və φ_0, φ_1 funksiyalarından asılı olmayan sabitdir.

Ədəbiyyat

1. Власов В.В., Раутиан Н.А.. Спектральный анализ функционально-дифференциальных уравнений. М. МАКС Пресс, 2016, 488 с.
2. Дж.Хейл. Теория функционально-дифференциальных уравнений. М.: Мир, 1984.
3. Əsədov T.B., Halayli G.S. Banax fəzasında integro-diferensial tənliyin güclü həllinin varlığı haqqında. VII International scientific conference of young

researchers. Proceedings. Baku Engineering University, 28-29 april 2023 səh. 8-9. www.yric.az.

4. Əsədov T.B., Qurbanlı R.R.. İnteqro-diferensial tənliyin simvolu olan operator-funksiyanın spektri. Ümummilli Liderimiz Heydər Əliyevin anadan olmasının 102-ci ildönümünə həsr olunmuş gənc tədqiqatçıların VIII Beynəlxalq Elmi konfransının materialları, Bakı, Azərbaycan, 23-24, May 2025, <https://beu.edu.az/iycr/>

HİPEREYNİLİKLƏR VƏ HİPERMÜXTƏLİFLİKLƏR

Əsədzadə Əminə Sərdar qızı

Bakı Dövlət Universiteti

esedzadeemine0@gmail.com

Hipereyniliklər və hipermüxtəlifliklər anlayışları universal cəbrdə klassik eynilik nəzəriyyəsinin ümumiləşdirilmiş formasıdır. Adi eyniliklərdən fərqli olaraq hipereyniliklərdə yalnız dəyişənlər deyil, əməliyyat simvollarının özlərində dəyişən kimi götürülür. Hipereyniliklər vasitəsilə müxtəlifliklərin daha ümumi forması olan hipermüxtəlifliklər müəyyən olunur.

Universal cəbrdə eynilik anlayışı müəyyən bir $A = (Q, \Sigma)$ cəbrində bütün dəyişənlərin qiymətləndirilməsi üçün doğru olan $\omega_1 \approx \omega_2$ bərabərliyi. Lakin hipereynillik daha ümumi anlayışdır. Taylorun yanaşmasına görə, hipereynillik təkcə dəyişənlərin deyil, həm də əməliyyat simvollarının funksional əvəzlənməsi zamanı dəyişməz qalan bərabərlikdir.

Hipereynilliklərin təhlili üçün ilk növbədə termlər müəyyən edilməlidir. Termlər aşağıdakı rekursiv qayda ilə qurulur:

* Hər bir $x \in X$ dəyişəni bir termdir.

* Əgər $f_1, \dots, f_n$ termlədirsə və ω bir n-arlı əməliyyat simvoludursa, onda $\omega(f_1, \dots, f_n)$ ifadəsi də bir termdir.

Bu rekursiv quruluş imkan verir ki, hər bir term əməliyyat simvollarının kompozisiyası kimi təsvir edilsin.

Hipereynilliyin doğruluğunu yoxlamaq üçün qiymətləndirmə xəritəsi φ qurulur. Bu xəritə iki komponentdən asılıdır:

1. Dəyişənlərin qiymətləndirilməsi: $\phi_0: X \rightarrow Q$

2. Əməliyyatların interpretasiyası: $\psi: U \rightarrow \Sigma$, burada hər bir ω simvolu eyni aritəyə malik real bir A əməliyyatı ilə əvəz olunur.

Bütün termlər çoxluğu üzərində φ uzadılması aşağıdakı kimi təyin edilir.

$$\phi(\omega(v_1, \dots, v_m)) = \psi(\omega)(\phi(v_1), \dots, \phi(v_m)).$$

Hipermüxtəliflik anlayışı müəyyən bir L hipereynilliklər sistemini ödəyən bütün cəbrlər sinfidir. Əgər cəbrin əməliyyatlar bazası Σ genişlənsə, lakin yeni əməliyyatlar hələ də L sistemindəki hipereynillikləri ödəyirsə, sistem struktur olaraq eyni hipermüxtəliflik daxilində qalır.

İnterpretasiya sayı isə sistemin mürəkkəbliyini göstərir. Q çoxluğunun ölçüsü q olsun, $|Q| = q$. Dəyişənlərin sayı k olduqda, cəmi q^k qədər fərqli dəyişən qiymətləndirilməsi mümkündür. Əməliyyat rejimlərinin ψ sayı isə hər bir aritə üçün mümkün olan funksiyaların kombinasiyası ilə hesablanır:

Beləliklə interpretasiya sayı

$$N_{\text{int}} = q^k \cdot \prod_m |\Sigma_m|^{U_m}.$$

Burada Σ_m m -arlı əməliyyatlar çoxluğuudur. Bu düstur göstərir ki, əməliyyatların sayı ($|\Sigma|$) artdıqca interpretasiya imkanları eksponensial olaraq böyüyür.

$Q = \{0,1\}$, ($q = 2$) cəbrini və bir ikiyeqli (binar) əməliyyat simvolunu nəzərdən keçirək.

Hipereynillik: $L; X(x, x) \approx x$

Bu halda interpretasiya sayı $N_{\text{int}} = 2m$ olur. (burada m -mövcud binar əməliyyatların sayıdır). Pozulma sayı $N_{\text{fail}}(\ell)$ hər bir f əməliyyatının $f(0,0) = 0$ və $f(1,1) = 0$ şərtlərini ödəməməsi hallarıdır.

Deməli həmin f üçün pozulma sayı

$$\mathbf{1}_{f(0,0) \neq 0} + \mathbf{1}_{f(1,1) \neq 1}.$$

Ümumi pozulma sayı

$$N_{\text{fail}}(\ell) = \sum_{f \in \Sigma} (\mathbf{1}_{f(0,0) \neq 0} + \mathbf{1}_{f(1,1) \neq 1}),$$

və sabitlik

$$S(\ell) = 1 - \frac{1}{2m} \sum_{f \in \Sigma} (\mathbf{1}_{f(0,0) \neq 0} + \mathbf{1}_{f(1,1) \neq 1}).$$

Ədəbiyyat

1. Denecke.K., Lau.D. Pöschel.R., & Schweigert D., Hyperidentities, hyperequational classes, and clone congruences, Wien, 1991, in Contributions to General Algebra 7, pp. 97–118.
2. Taylor.W., Hyperidentities and hypervarieties, Aequationes Mathematicae, 1981, Vol. 23, pp. 111–127.
3. Movsisyan.Y. M., Hyperidentities and hypervarieties, Scientiae Mathematicae Japonicae, 2001, Vol. 54, No. 3, pp. 595–640.

ANİZOTROP BİRCİNS EKSENTRİK İÇİBOŞ SİLİNDİRDƏ DALĞALARIN YAYILMASI

Fərəcova Sona Samir qızı

Bakı Dövlət Universiteti

Ferecovasona97@gmail.com

Boşluğunun mərkəzi oxu silindrin oxu ilə üst-üstə düşən, yəni konsentrik quruluşa malik içiboş silindrlərdə yayılan dalğaların dispersiyası məsələsi üzrə çoxsaylı tədqiqatlar mövcuddur [1–3]. Eksentrik silindrik elementlər isə müasir texnikada əsas konstruktiv komponentlər kimi geniş tətbiq olunsa da [4, 5], bu istiqamətdə aparılan araşdırmalar hələ də kifayət qədər deyil.

Sonsuz uzunluqda dairəvi silindri nəzərdən keçirək və bu silindrdə sonsuz uzunluqda eksentrik silindrik dəliyin olduğunu düşünək. Fərz edək ki, silindrin mərkəzi oxları və silindrik çuxur bir-birinə paraleldir və bu oxlar arasındakı məsafə R_{cb} -dir. $O r \theta z$ və $O x_1 x_2 x_3$ sisteminin koordinatlarını silindrin mərkəzi oxu ilə əlaqələndirək. Fərz edək ki, $z = x_3$ və silindrik dəliyin mərkəzi $O x_1$ koordinat oxundadır və bu mərkəzlə koordinat sisteminin seçilmiş başlanğıcı arasındakı məsafə R_{cb} -dir. Həm də bu dəliyin en kəsiyinin çevrə olduğunu və bu dairənin radiusunun R_b olduğunu fərz edirik. Eyni zamanda, güman edirik ki, silindrin en kəsiyi R_b radiuslu dairənin çıxdığı $R_c (R_c > R_b)$ radiuslu dairəyə daxil olan ərazini tutan ikiqat birləşdirilmiş eksentrik dairədir. Biz həmçinin seçilmiş koordinat sistemləri arasında əlaqə aşağıdakı əlaqələndir.

$$x_1 = R_{cb} + x_{10}; x_2 = x_{20}; x_3 = x_{30}; r \exp(i\theta) = R_{cb} + r_0 \exp(i\theta_0), z = z_0. \quad (1)$$

Fərz edək ki, silindrin materialı, simmetriya oxu silindrin mərkəzi oxu ilə, yəni Oz oxu ilə üst-üstə düşən transversal anizotropdur. Bu fərziyyə əsasında silindrin materialı üçün aşağıdakı elastiklik münasibətlərini yazırıq.

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= A_{11}\varepsilon_{rr} + A_{12}\varepsilon_{\theta\theta} + A_{13}\varepsilon_{zz}, \quad \sigma_{\theta\theta} = A_{12}\varepsilon_{rr} + A_{12}\varepsilon_{\theta\theta} + A_{13}\varepsilon_{zz}, \\ \sigma_{\theta z} &= 2A_{44}\varepsilon_{\theta z} \quad \sigma_{zz} = A_{13}\varepsilon_{rr} + A_{13}\varepsilon_{\theta\theta} + A_{33}\varepsilon_{zz}, \quad \sigma_{rz} = 2A_{44}\varepsilon_{rz}, \quad \sigma_{r\theta} = 2A_{66}\varepsilon_{r\theta}, \end{aligned}$$

$$2A_{66} = A_{11} - A_{12} \quad (2)$$

Aşağıdakı deformasiya-yerdəyişmə münasibətlərini də yazırıq.

$$\begin{aligned} \varepsilon_{rr} &= \frac{\partial u_r}{\partial r}, \quad \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{u_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta}, \quad \varepsilon_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z} \\ \varepsilon_{r\theta} &= \frac{1}{2} \frac{\partial u_r}{r \partial \theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r}, \quad \varepsilon_{\theta z} = \frac{1}{2} \frac{\partial u_z}{r \partial \theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial z}, \quad \varepsilon_{zr} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

Qeyd olunan tənliklərin konkret tətbiqləri üçün onlar müvafiq sərhəd və başlangıç şərtlərlə təmin edilməlidir. Dinamik məsələni nəzərdən keçirəcəyimiz üçün başlangıç şərtləri tərtib etmirik. Lakin baxılan silindr üçün $r = R_c$ və $r_0 = R_b$ -də sərhəd şərtləri aşağıdakı kimi yazıla bilər.

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}|_{r=R_c} &= 0, \quad \sigma_{r\theta}|_{r=R_c} = 0, \quad \sigma_{rz}|_{r=R_c} = 0, \\ \sigma_{rr}|_{r_0=R_b} &= 0, \quad \sigma_{r\theta}|_{r_0=R_b} = 0, \quad \sigma_{rz}|_{r_0=R_b} = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Hərəkətin diferensial tənliklərinin ümumi həllini potensiallar Ψ və X vasitəsilə ifadə edirik[3].

$$\begin{aligned} u_r &= \frac{\partial}{r \partial \theta} \Psi - \frac{\partial^2}{\partial r \partial z} X, \quad u_\theta = -\frac{\partial}{\partial r} \Psi - \frac{\partial^2}{r \partial \theta \partial z} X, \\ u_z &= (A_{13} + A_{44})^{-1} (A_{11} \Delta_1 + A_{44} \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \rho \frac{\partial^2}{\partial t^2}) X, \end{aligned}$$

$$\Delta_1 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \quad (5)$$

Burada və sonrakı riyazi münasibətlərdə fiziki, mexaniki və kinematik kəmiyyətlərin ümumi qəbul olunmuş işarələrindən istifadə olunur. Məsələnin həlli Ψ və X potensial funksiyalar üçün aşağıdakı tənliklərin həllinə gətirilir:

$$\begin{aligned} \Delta_1 + \xi_1^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{\rho}{A_{11} - A_{12}} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \Psi &= 0, \\ \Delta_1 + \xi_2^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad \Delta_1 + \xi_3^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \rho \frac{A_{11} + A_{44}}{A_{11} A_{44}} \Delta_1 + \frac{A_{33} + A_{44} + 2\sigma_{zz}^0}{A_{11} A_{44}} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \\ \frac{\rho^2}{A_{11} A_{44}} \frac{\partial^4}{\partial t^4} X &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

burada [3]-ə uyğun olaraq ξ_1 , ξ_2 və ξ_3 sabitləri aşağıdakı tənliklərdən müəyyən edilir.

$$\xi_1^2 = \frac{A_{44} + \sigma_{zz}^0}{A_{11} - A_{12}}, \quad \xi_{2,3}^2 = d \pm \sqrt{d^2 - \frac{(A_{33} + \sigma_{zz}^0)(A_{44} + \sigma_{zz}^0)}{A_{11}A_{44}}},$$

$$2A_{11}A_{44}d = A_{11}(A_{33} + \sigma_{zz}^0) + A_{44}(A_{44} + \sigma_{zz}^0) - (A_{13} + A_{44})^2.$$

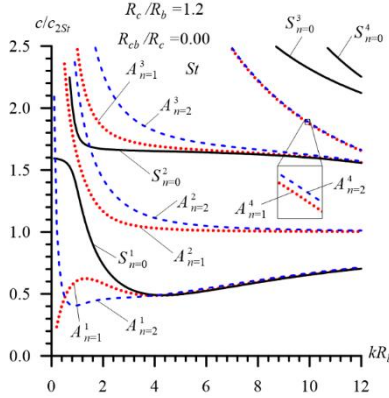
Problemi Oz oxu istiqamətində yayılan dalğaların dispersiyası ilə bağlı nəzərdən keçirdiyimiz üçün (6)-dəki tənliklərin həllini aşağıdakı formada axtarıyıq.

$$\Psi = \cos(kz - \omega t) \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \Psi_n^0(r_0) \sin(n\theta_0), \quad \Psi_n^0(r_0) = \Psi_{1n}^0(r_0) + \Psi_{2n}^0(r_0),$$

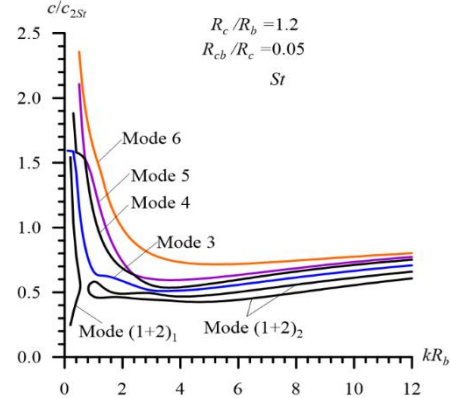
$$X = \sin(kz - \omega t) \sum_{n=-\infty}^{+\infty} X_n^0(r_0) \cos(n\theta_0), \quad X_n^0(r_0) = X_{1n}^0(r_0) + X_{2n}^0(r_0),$$

Ədədi nəticələr: Ədədi tədqiqatlarda silindrin eksentrikliyi R_{cb}/R_c nisbəti ilə xarakterizə olunur. [5]-də verilmiş ədədi nəticələr $m = 0,25$ və $\nu = 0,3$ olduqda hesablanıb, burada ν silindrin materialının Poasson əmsalıdır.

İndi isə $R_c/R_b = 1,2$ olduğu hal üçün alınmış dispersiya əyrilərinə baxaq — bu əyrilər iki müxtəlif hal üçün verilir: $R_{cb}/R_b = 0,00$, $R_{cb}/R_b = 0,05$.



Şəkil (a)



Şəkil (b)

Şəkil a-nın qrafiklərinin təhlili göstərir ki, $R_{cb}/R_b = 0,00$ halında simmetrik və qeyri-simmetrik modlar üçün qurulmuş dispersiya əyriləri bir-birini kəsir. Məhz bu kəsişmə, $R_{cb}/R_b > 0,00$ hallarında yeni tip dispersiya əyrilərinin yaranmasının əsas səbəblərindən biridir. R_{cb}/R_b nisbətən kiçik olduqda (məsələn, $R_{cb}/R_b = 0,05$), yeni tip dispersiya əyriləri, Şəkil a-da simmetrik və qeyri-simmetrik modlar üçün alınan əyrilərin hissələrinin birləşdirilməsi nəticəsində yaranır. Bu hal Şəkil (a) ilə Şəkil (b) müqayisəsində aydın şəkildə müşahidə olunur.

Ədəbiyyat

1. Akbarov S.D., Dynamics of Pre-strained Bi-material Elastic Systems: Linearized Three-Dimensional Approach, Springer, Heidelberg, New York, 2015.

2. Eringen A. C., Suhubi E.S., Elastodynamics: Finite Motion, Vol. I; Linear Theory, Vol. II, Academic Press, New York, 1975.
3. Guz A.N., Elastic Waves in Bodies with Initial Stresses, A.C.K. Kyiv, 2004
4. Tiersten H.F., Shick D.V., Resonant wave propagation in gun tubes with eccentric bores, Wave Motion, 21, 75-84, 1995.
5. Shah A.H., Elastic Waves in a Circular Cylinder with an Eccentric Bore, Acustica, 28(3), 251 – 258, 1973.
6. Akbarov S.D., Farajova S. S., Sevdimaliyev, Y.M. On the solution method of the dynamics of the eccentric hollow cylinder made of transversally isotropic material with homogeneous initial stresses. In Proceedings of the 9th International Conference on Control and Optimization with Industrial Applications' 27 – 29 August, 2024, Istanbul, Turkey, .pp. 629 – 633
7. Akbarov S.D., Farajova S. S., Sevdimaliyev, Y.M. On the dispersion of longitudinal waves propagating in the eccentric hollow cylinder. International Congress on new trends in mechanics Azerbaijan State Pedagogical University, 2-5 September 2025, Baku.

RİMAN ÇOXOBRAZLISININ TOXUNAN LAYLANMASINDA TAM LİFT METRİKASI VƏ SASAKİ METRİKASI

Fəttayev Habil Dövlət oğlu, Həmidova Nailə Şahin qızı

Bakı Dövlət Universiteti

h-fattayev@mail.ru, nailehemidova@mail.ru

Riman çoxobrazlıları təkcə riyaziyyatın ayrı-ayrı sahələrində deyil, həm də mexanikada və nəzəri fizikada geniş tətbiqlərə malikdir. Bu mənada laylanma fəzalarında Riman metrikalarının tədqiqi aktual məsələlərdən hesab olunur (bax [1], [2]). Təqdim olunan məruzədə Riman çoxobrazlısının toxunan laylanma fəzasında tam lift metrikasından və Sasaki metrikasından bəhs olunur. n -ölçülü diferensiallanan (M, g) Riman çoxobrazlısının $T(M)$ toxunan laylanmasına baxılır. $T(M)$ toxunan laylanmasında tenzor meydanlarının və afin rabitələrin tam liftləri K. Yano və S. Kobayaşinin [1] məqaləsində qurulmuşdur. Bu məqalədə göstərilmişdir ki, M çoxobrazlısı üzərində verilən $(0,2)$ tipli $K = K_{ij} dx^i dx^j$ tenzor meydanının $T(M)$ toxunan laylanmasına cK tam liftinin komponentlər matrisi $2n \times 2n$ – ölçülü matris olub

$$(c_{K_{IJ}}) = \begin{pmatrix} y^k \partial_k K_{ij} & K_{ij} \\ K_{ij} & 0 \end{pmatrix} \quad (1)$$

strukturuna malikdir.

g Riman metrikaçası da $(0,2)$ tipli tenzor meydanı olduğundan, (1)-dən aşağıdakı teoremin doğruluğu alınır.

Teorem. Tutaq ki, $g-M$ hamar çoxobrazlısı üzərində Riman metrikaçasıdır. Onda g tam lifti $T(M)$ toxunan laylanması üzərində Riman metrikaçasıdır.

Yapon riyaziyyatçısı S. Sasakinin toxunan $T(M)$ laylanmasında 1958-ci ildə qurduğu ${}^s g$ Riman metrikaçası ${}^c g$ tam lift metrikaçasından fərqli bir metrikaçadır. ${}^s g$ metrikaçasına Sasaki metrikaçası deyilir. ${}^s g$ Sasaki metrikaçası M hamar çoxobrazlısı üzərində verilən vektor meydanlarının $T(M)$ toxunan laylanmasına horizontal və şaquli liftlərindən istifadə edilməklə aşağıdakı üç bərabərlik vasitəsilə təyin olunur:

$$\begin{aligned} {}^s g(H_X, H_Y) &= g(X, Y), \\ {}^s g(V_X, H_Y) &= 0, \\ {}^s g(V_X, V_Y) &= g(X, Y), \end{aligned}$$

burada $X, Y \in T_0^1(M)$ vektor meydanlarıdır, V_X, V_Y – şaquli liftlərdir, H_X, H_Y isə horizontal liftlərdir.

Ədəbiyyat

1. Yano K., Kobayashi S.. Prolongations of tensor fields and connections to tangent bundles, I. General theory. J. Math, Soc. Japan, 1966, 18(2), p. 194-210.
2. Sasaki S.. On the differential geometry of tangent bundles of Riemannian manifolds. Tohoku Mathematical Journal, 1958, 14, p. 238-254.

EUR/USD VALYUTA MƏZƏNNƏLƏRİNİN VOLATİLLİYİNİN GARCH MODELLƏRİ ƏSASINDA QIYMƏTLƏNDİRİLMƏSİ VƏ PROQNOZLAŞDIRILMASI

Həsənova Nərmin

Bakı Dövlət Universiteti

nhesenova1000@gmail.com

Valyuta bazarları müasir global iqtisadiyyatın ən dinamik və mürəkkəb seqmentlərindən biridir. Bu bazarlarda qiymət dəyişmələri qeyri-sabit xarakter

daşıyır və yüksək dərəcədə volatilliklə müşayiət olunur. Xüsusilə EUR/USD valyuta cütünü dünya üzrə ən çox ticarət olunan aktivlərdən biri kimi seçilir və onun dəyişkənliyinin öyrənilməsi həm investorlar, həm də iqtisadçılar üçün mühüm əhəmiyyət kəsb edir. Volatilliyin düzgün qiymətləndirilməsi risklərin idarə olunmasında və optimal investisiya qərarlarının qəbulunda əsas rol oynayır [1]. Maliyyə zaman sıralarının əsas xüsusiyyətlərindən biri volatillik klasterləşməsidir. Bu xüsusiyyət ondan ibarətdir ki, yüksək dəyişkənlik dövrləri bir-birini izləyir və eyni zamanda aşağı volatillik dövrləri də müəyyən ardıcılıq təşkil edir. Klassik statistik modellər bu xüsusiyyəti tam əhatə edə bilmədiyi üçün daha mürəkkəb modellərin tətbiqi zəruri olur [2].

Metodologiya

Volatilliyin modelləşdirilməsi üçün ən geniş istifadə olunan yanaşmalardan biri GARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity) modelidir. Bu model maliyyə zaman sıralarında dəyişkənliyin zamanla dəyişməsinə nəzərə almağa imkan verir. GARCH(1,1) modeli aşağıdakı kimi ifadə olunur:

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2$$

Burada

σ_t^2 - şərti dispersiya,

ε_{t-1}^2 - əvvəlki dövrün şokları,

σ_{t-1}^2 - əvvəlki dispersiya,

ω, α, β - model parametrləridir.

Bu modelin əsas üstünlüyü ondan ibarətdir ki, o, həm keçmiş şokların, həm də əvvəlki volatilliyin cari dəyişkənliyə təsirini nəzərə alır. Əgər bu ifadə 1-ə yaxın olarsa, bu, volatilliyin yüksək davamlılığını göstərir [3].

Tədqiqatın nəticələri və təhlil

Tədqiqat çərçivəsində EUR/USD valyuta məzənnələri üzrə gündəlik məlumatlar əsasında log-gəlirlər hesablanmış və GARCH(1,1) modeli tətbiq edilmişdir. Log-gəlirlər aşağıdakı kimi müəyyən olunmuşdur:

$$r_t = \ln \left(\frac{p_t}{p_{t-1}} \right)$$

burada P_{t-1} dövründə məzənnəni ifadə edir.

Aparılmış ekonometrik qiymətləndirmə nəticəsində GARCH(1,1) modeli üçün aşağıdakı parametr qiymətləri əldə olunmuşdur:

$$\omega=0.000002, \alpha=0.12, \beta=0.85$$

Bu zaman şərti dispersiya modeli belə olur:

$$\sigma_t^2 = 0.000002 + 0.12\varepsilon_{t-1}^2 + 0.85\sigma_{t-1}^2$$

Parametrlərin cəmini hesablayaq:

$$\alpha + \beta = 0.12 + 0.85 = 0.97$$

Alınmış nəticə göstərir ki, $\alpha + \beta = 0.97 > 0.9$, bu isə volatilliyin yüksək davamlı olduğunu təsdiqləyir. Yəni bazarda yaranan şokların təsiri qısa müddətli deyil, uzun müddət ərzində davam edir. Bu nəticə maliyyə bazarlarında risklərin “yaddaş effektinə” malik olduğunu göstərir [4].

Praktiki olaraq bu o deməkdir ki, məsələn, əgər müəyyən gündə EUR/USD məzənnəsində kəskin dəyişmə baş verərsə (məsələn, 1.08-dən 1.05-ə düşmə), növbəti günlərdə də yüksək dəyişkənlik ehtimalı artır. Bu hal modeldə ε_{t-1}^2 və σ_{t-1}^2 komponentləri vasitəsilə əks olunur.

Eyni zamanda şərti dispersiyanın proqnozu üçün aşağıdakı yanaşma tətbiq edilir. Məsələn, əvvəlki dövrdə:

$$\varepsilon_{t-1}^2 = 0.0004$$

$$\sigma_{t-1}^2 = 0.0003$$

olduğunu fərz etsək, növbəti dövr üçün dispersiya:

$$\sigma_t^2 = 0.000002 + 0.12 * 0.0004 + 0.85 * 0.0003$$

$$\sigma_t^2 = 0.000002 + 0.000048 + 0.000255 = 0.000305$$

Bu nəticə göstərir ki, bazarda gözlənilən dəyişkənlik təxminən 1.75% səviyyəsindədir. Bu göstərici investorlar üçün riskin ölçülməsi və portfelin qorunması baxımından mühüm əhəmiyyət daşıyır. Nəticə etibarilə aparılmış praktiki hesablamalar göstərir ki, GARCH modeli yalnız nəzəri deyil, həm də real bazar məlumatları əsasında volatilliyin qiymətləndirilməsi və qısamüddətli proqnozlaşdırılması üçün effektiv alət kimi çıxış edir. Modelin tətbiqi investorların qərarvermə prosesində riskləri daha düzgün qiymətləndirməsinə imkan yaradır. EUR/USD məzənnələri üzrə aparılan analiz göstərir ki, bu valyuta cütünü yüksək volatillik klasterləşməsi xüsusiyyətinə malikdir. Xüsusilə iqtisadi və siyasi qeyri-müəyyənlik dövrlərində dəyişkənlik kəskin şəkildə artır. GARCH modeli bu dəyişkənliyi uğurla modelləşdirir və gələcək dövrlər üçün etibarlı proqnozlar təqdim edir. Aparılmış hesablamalar nəticəsində müəyyən edilmişdir ki, model parametrlərinin cəmi ($\alpha + \beta$) 0.9-dan böyükdür ki, bu da volatilliyin yüksək davamlı olduğunu göstərir. Bu nəticə maliyyə bazarlarında risklərin uzun müddət təsir göstərə biləcəyini təsdiqləyir [4]. Eyni zamanda model nəticələri göstərir ki, valyuta məzənnələrində baş verən kəskin dəyişikliklər gələcək dövrlərdə də yüksək dəyişkənliyin davam etməsinə səbəb olur. Bu isə risk menecmenti strategiyalarının hazırlanmasında mühüm əhəmiyyət kəsb edir.

Nəticə

Tədqiqat nəticəsində müəyyən edilmişdir ki, GARCH modelləri EUR/USD valyuta məzənnələrinin volatilliyinin qiymətləndirilməsi və proqnozlaşdırılması

üçün effektiv vasitədir. Model volatillik klasterləşməsini uğurla əks etdirir və risklərin idarə olunması üçün praktiki əhəmiyyətə malikdir. Gələcək tədqiqatlarda daha mürəkkəb modellərin, məsələn, EGARCH və ya TGARCH modellərinin tətbiqi nəticələrin dəqiqliyini artırmağa imkan verə bilər. Bundan əlavə, makroiqtisadi amillərin modellərə daxil edilməsi proqnozların keyfiyyətini daha da yüksəldə bilər [5].

Ədəbiyyat

1. Bollerslev T., Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity // Journal of Econometrics, 1986, 31(3), 307–327.
2. Engle R.F., Autoregressive Conditional Heteroskedasticity // Econometrica, 1982, 50(4), 987–1007.
3. Tsay R.S., Analysis of Financial Time Series – New York: Wiley, 2010.
4. Brooks C., Introductory Econometrics for Finance – Cambridge University Press, 2014.
5. Alexander C., Market Risk Analysis – Wiley, 2008.

İŞARƏSİ DƏYİŞƏN ÇƏKİLİ BİR QEYRİ-XƏTTİ SƏRHƏD MƏSƏLƏSİNİN NODAL HƏLLƏRİ HAQQINDA

Həsənova Ramidə Sələddin qızı

Gəncə Dövlət Universiteti

hasanova9596@gmail.com

Aşağıdakı qeyri-xətti sərhəd məsələsinə baxaq:

$$-\left(p(x)y'(x)\right)' + q(x)y(x) = \tau r(x)h(y(x)), \quad 0 < x < 1, \quad (1)$$

$$\alpha_0 y(0) - \beta_0 y'(0) = 0, \quad (2)$$

$$\alpha_1 y(1) + \beta_1 y'(1) = 0, \quad (3)$$

burada $p(x)$ funksiyası $[0, 1]$ parçasında kəsilməz diferensiallanan müsbət funksiyadır, $q(x)$ funksiyası $[0, 1]$ parçasında kəsilməz mənfi olmayan funksiyadır, $r(x)$ funksiyası $[0, 1]$ parçasında həqiqi-qiyəmətli işarəsini dəyişən kəsilməz funksiyadır, τ sıfırdan fərqli həqiqi parametrdir, $\alpha_0, \beta_0, \alpha_1$ və β_1 həqiqi sabitlərdir və

$$|\alpha_0| + |\beta_0| > 0, |\alpha_1| + |\beta_1| > 0, \alpha_0 \beta_0 \geq 0 \text{ və } \alpha_1 \beta_1 \geq 0$$

şərtlərini ödəyirlər. h funksiyası $h = f + g$ şəklindədir, burada f və g funksiyaları həqiqi oxda həqiqi-qiyəmətli kəsilməz funksiyalardır və aşağıdakı şərtləri ödəyirlər:

(H1) $sf(s) \neq 0$, $sg(s) \neq 0$, $s \in \mathbb{R}$, $s \neq 0$;

(H2) elə $\underline{f}_0 \neq \bar{f}_0$ və $\underline{f}_\infty \neq \bar{f}_\infty$ sabitləri var ki,

$$\liminf_{|s| \rightarrow 0} \frac{f(s)}{s} = \underline{f}_0, \quad \limsup_{|s| \rightarrow 0} \frac{f(s)}{s} = \bar{f}_0,$$

$$\liminf_{|s| \rightarrow \infty} \frac{f(s)}{s} = \underline{f}_\infty, \quad \limsup_{|s| \rightarrow \infty} \frac{f(s)}{s} = \bar{f}_\infty$$

münasibətləri ödənilir;

(H3) sıfırdan fərqli elə g_0 və g_∞ sabitləri var ki,

$$\lim_{|s| \rightarrow 0} \frac{g(s)}{s} = g_0, \quad \lim_{|s| \rightarrow \infty} \frac{g(s)}{s} = g_\infty$$

münasibətləri ödənilir.

Qeyd edək ki,

$$-\left(p(x)y'(x)\right)' + q(x)y(x) = \lambda r(x)y(x), \quad 0 < x < 1, \quad (1)$$

$$\alpha_0 y(0) - \beta_0 y'(0) = 0, \quad (2)$$

$$\alpha_1 y(1) + \beta_1 y'(1) = 0, \quad (3)$$

xətti spektral məsələsinin məxsusi ədədləri həqiqidirlər, sadədirlər və müsbət sonsuz artan $\{\lambda_k^+\}_{k=1}^\infty$ və mənfi sonsuz azalan $\{\lambda_k^-\}_{k=1}^\infty$ ardıcılıqları əmələ gətirirlər; hər bir $k \in \mathbb{N}$ üçün λ_k^+ və λ_k^- məxsusi ədədlərinə uyğun $y_k^+(x)$ və $y_k^-(x)$ məxsusi funksiyalarının $(0, 1)$ intervalında dəqiq $k - 1$ sayda sadə sıfırları var. Bundan başqa, hər bir $k \in \mathbb{N}$ və hər bir $\sigma \in \{+, -\}$ üçün

$$\sigma \int_0^1 r(x)(y_k^\sigma(x))^2 dx > 0$$

bərabərsizliyi ödənilir [1].

Tutaq ki,

$$E = C^1[0, 1] \cap \{y : \alpha_0 y(0) - \beta_0 y'(0) = 0, \alpha_1 y(1) + \beta_1 y'(1) = 0\}$$

norması

$$\|y\|_1 = \max_{x \in [0, 1]} |y(x)| + \max_{x \in [0, 1]} |y'(x)|$$

şəklində təyin edilən Banax fəzasıdır. Hər bir $k \in \mathbb{N}$, hər bir $\sigma \in \{+, -\}$ və hər bir $v \in \{+, -\}$ üçün $S_{k, \sigma}^v$ ilə aşağıdakı xassələrə malik olan $y \in E$ funksiyalar çoxluğunu işarə edək [2]:

(i) $y(x)$ funksiyanın $(0, 1)$ intervalındakı sıfırları sadədirlər və bu funksiyanın $(0, 1)$ intervalında dəqiq $k - 1$ sayda sıfırı var;

$$(ii) \sigma \int_0^1 r(x)y^2(x) dx > 0;$$

$$(iii) \lim_{x \rightarrow 0+} v \operatorname{sign} y(x) = 1.$$

Qeyd edək ki, (1)-(3) məsələsi $g \equiv 0$ olduqda [2] işində tədqiq edilmişdir.

Hazırkı işin əsas nəticələri aşağıdakı teoremlərdir.

Teorem 1. Tutaq ki, $\underline{f}_0 + g_0 > 0$ və $\underline{f}_\infty + g_\infty > 0$ şərtləri və hər hansı $k \in \mathbb{N}$ üçün

$$\frac{\lambda_k^+}{\underline{f}_0 + g_0} < \tau < \frac{\lambda_k^+}{\underline{f}_\infty + g_0} \quad \text{və ya} \quad \frac{\lambda_k^+}{\underline{f}_\infty + g_0} < \tau < \frac{\lambda_k^+}{\underline{f}_0 + g_0}$$

münasibəti ödənilir. Onda hər bir $v \in \{+, -\}$ üçün (1)-(3) məsələsinin elə $y_{k,+}^v$ həlli var ki, $y_{k,+}^v \in S_{k,+}^v$. Əgər hər hansı $k \in \mathbb{N}$ üçün

$$\frac{\lambda_k^-}{\underline{f}_0 + g_0} > \tau > \frac{\lambda_k^-}{\underline{f}_\infty + g_0} \quad \text{və ya} \quad \frac{\lambda_k^-}{\underline{f}_\infty + g_0} > \tau > \frac{\lambda_k^-}{\underline{f}_0 + g_0}$$

münasibəti ödənilirsə, onda hər bir $v \in \{+, -\}$ üçün (1)-(3) məsələsinin elə $y_{k,-}^v$ həlli var ki, $y_{k,-}^v \in S_{k,-}^v$.

Teorem 2. Tutaq ki, $\underline{f}_0 + g_0 < 0$ və $\underline{f}_\infty + g_\infty < 0$ şərtləri və hər hansı $k \in \mathbb{N}$ üçün

$$\frac{\lambda_k^+}{\underline{f}_0 + g_0} > \tau > \frac{\lambda_k^+}{\underline{f}_\infty + g_0} \quad \text{və ya} \quad \frac{\lambda_k^+}{\underline{f}_\infty + g_0} > \tau > \frac{\lambda_k^+}{\underline{f}_0 + g_0}$$

münasibəti ödənilir. Onda hər bir $v \in \{+, -\}$ üçün (1)-(3) məsələsinin elə $y_{k,+}^v$ həlli var ki, $y_{k,+}^v \in S_{k,+}^v$. Əgər hər hansı $k \in \mathbb{N}$ üçün

$$\frac{\lambda_k^-}{\underline{f}_0 + g_0} < \tau < \frac{\lambda_k^-}{\underline{f}_\infty + g_0} \quad \text{və ya} \quad \frac{\lambda_k^-}{\underline{f}_\infty + g_0} < \tau < \frac{\lambda_k^-}{\underline{f}_0 + g_0}$$

münasibəti ödənilirsə, onda hər bir $v \in \{+, -\}$ üçün (1)-(3) məsələsinin elə $y_{k,-}^v$ həlli var ki, $y_{k,-}^v \in S_{k,-}^v$.

Ədəbiyyat

1. E.L. Ince, Ordinary Differential Equations, Dover, New York, 1926.
2. R.S. Hasanova, Nodal solutions of some nonlinera problem with indefinite weight function for Sturm-Liouville operator, Материалы международной Воронежской зимней математической школы С.Г. Крейна – 2026, 24-27 января 2026 г., Воронеж, Россия, с. 377–380.

DÖRDÜNCÜ TƏRTİB ADI DİFERENSİAL TƏNLİKLƏR ÜÇÜN BƏZİ QEYRİ-XƏTTİ SƏRHƏD MƏSƏLƏLƏRİNİN HƏLLƏRİNİN QLOBAL BİFURKASIYASI

Elçin Əli oğlu Məmmədov

Bakı Dövlət Universiteti

elchinmamedov88@mail.ru

Aşağıdakı qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələsinə baxaq:

$$(py''')' - (qy')' = \lambda ry + rf(x, y, y', y'', y''', \lambda) + g(x, y, y', y'', y''', \lambda), \quad 0 < x < 1, \quad (1)$$

$$y''(0) \cos \alpha - (py'')(0) \sin \alpha = 0, \quad (2a)$$

$$y(0) \cos \beta + Ty(0) \sin \beta = 0, \quad (2b)$$

$$y'(1) \cos \gamma + (py''')(1) \sin \gamma = 0, \quad (2c)$$

$$y(1) \cos \delta + Ty(1) \sin \delta = 0, \quad (2d)$$

burada $\lambda \in \mathbb{R}$ parametrdir, $Ty \equiv y''' - qy'$, $p(x)$ funksiyası $[0, 1]$ parçasında iki dəfə kəsilməz diferensiallanan müsbət funksiyadır, $q(x)$ funksiyası $[0, 1]$ parçasında kəsilməz diferensiallanan müsbət funksiyadır, $r(x)$ funksiyası $[0, 1]$ parçasında kəsilməz müsbət funksiyadır, $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ həqiqi sabitlərdir və $0 \leq \alpha, \beta, \gamma, \delta \leq \pi/2$ münasibətini ödəyirlər, f və g funksiyaları $[0, 1] \times \mathbb{R}^5$ çoxluğunda kəsilməz həqiqi-qiymətli və aşağıdakı şərtləri ödəyən funksiyalardır: elə $\underline{f}_0$ və $\bar{f}_0$, $\underline{f}_0 \neq \bar{f}_0$, sabitləri var ki, $x \in [0, 1]$, $(s, v, w) \in \mathbb{R}^3$ və $\lambda \in \mathbb{R}$ parametrlərinə nəzərən müntəzəm olaraq

$$\liminf_{|y| \rightarrow 0} \frac{f(x, y, s, v, w, \lambda)}{y} = \underline{f}_0, \quad \limsup_{|y| \rightarrow 0} \frac{f(x, y, s, v, w, \lambda)}{y} = \bar{f}_0, \quad (2)$$

münasibətləri ödənilir; hər bir $\Lambda \subset \mathbb{R}$ aralığı üçün $x \in [0, 1]$ və $\lambda \in \Lambda$ -ya nəzərən müntəzəm olaraq

$$g(x, y, s, v, w, \lambda) = o(|y| + |s| + |v| + |w|), \quad |y| + |s| + |v| + |w| \rightarrow 0, \quad (4)$$

münasibəti ödənilir.

Məlumdur ki, (bax [1])

$$\begin{cases} \ell(y)(x) = \lambda r(x)y(x), & 0 < x < 1, \\ y \in (b.c.), \end{cases} \quad (5)$$

xətti spektral məsələnin məxsusi ədədləri müsbətdirlər, sadədirlər və sonsuz artan $\{\lambda_k\}_{k=1}^{\infty}$ ardıcılığını əmələ gətirirlər; hər bir $k \in \mathbb{N}$ üçün (5) məsələsinin λ_k məxsusi ədədinə uyğun $y_k(x)$ məxsusi funksiyasının $(0, 1)$ intervalındakı sıfırları sadədirlər və onun $(0, 1)$ intervalında $k - 1$ sayda sıfırı var [1], burada (b.c.) (2a)-(2d) sərhəd şərtlərini ödəyən funksiyalar çoxluğudur.

Tutaq ki, E norması $\|y\|_3 = \sum_{j=0}^3 \|y^{(j)}\|_{\infty}$, $\|y\|_{\infty} = \max_{x \in [0, 1]} |y(x)|$, şəklində təyin edilən $C^3[0, 1] \cap (b.c.)$ Banax fəzasıdır. Qeyd edək ki, [1] işində bucaq funksiyalarının (Prüfer tipli çevirmənin) köməyi ilə (5) xətti məxsusi qiymət

məsələsinin məxsusi funksiyalarının və onların törəmələrinin osillyasiya xassələrinə malik $S_k^v \subset E$, $k \in \mathbb{N}$, $v \in \{+, -\}$, funksiyalar sinifləri qurulmuşdur.

Teorem 1. Hər bir $k \in \mathbb{N}$ və hər bir $v \in \{+, -\}$ üçün (1), (2) məsələsinin həlləri çoxluğunun qapanmasının elə $\mathcal{D}_k^v$ əlaqəli komponenti var ki, bu komponent $[\lambda_k - \bar{f}_0, \lambda_k - \underline{f}_0] \times \{0\}$ parçasını özündə saxlayır, $(\mathbb{R} \times S_k^v) \cup ([\lambda_k - \bar{f}_0, \lambda_k - \underline{f}_0] \times \{0\})$ çoxluğunda yerləşir və $\mathbb{R} \times E$ fəzasında qeyri məhduddur.

Ədəbiyyat

3. С. Алиев, О глобальной бифуркации решений некоторых нелинейных задач на собственные значения для обыкновенных дифференциальных уравнений четвертого порядка, Математический сборник, 207(12) (2016), 3–29.

RASIONAL İNTERPOLYASIYA MƏSƏLƏSİNİN YEGANƏLİYİ

Hüseynli Aynur Füzuli qızı, Məmmədova Gülnar Elxan qızı

Bakı Dövlət Universiteti

aynurhuseynli88@gmail.com, gulnarmammadova11_04@icloud.com

Kəsilməz funksiyaların çoxhədlilər vasitəsilə Çebışev interpolyasiyası hesablamalar nöqtəyi nəzərindən əlverişli olsa da yığılma nöqtəyi nəzərdən tam əlverişli sayıla bilməz. Buna görə də kəsilməz funksiyaların rasional funksiyalar vasitəsilə aproksimasiyası və interpolyasiyası yığılma sürəti baxımından daha əlverişli nəticələr verir.

Tutaq ki, $m, n \geq 0$ tam ədədlərdir və fərz edək ki, $[a, b]$ parçasında $x_k, k=0, 1, \dots, m+n$, f isə $[a, b]$ parçasında kəsilməz funksiyadır. Məqsədımız elə $p \in P_m, q \in P_n$ çoxhədliləri tapmaqdır ki,

$$f(x_k) = \frac{p(x_k)}{q(x_k)}, \quad k=0, 1, \dots, m+n \quad (1)$$

bərabərliyi ödənsin. Burada P_i dərəcəsi i -ni aşmayan çoxhədlilər çoxluğuudur. Bu məsələ funksiyanın $x_k, k=0, 1, \dots, m+n$ düyün nöqtələrində rasional interpolyasiya məsələsi adlanır. Interpolyasiya məsələlərində interpolyasiyanın varlığı, yeganəliyi və korrektiliyi suallarına cavab vermək zərurəti yaranır. Bu işdə interpolyasiyanın yeganəliyi sualına cavab verilir. Bunun üçün aşağıdakı

$$R_{m,n} = \frac{p}{q}, \quad p \in P_m, \quad q \in P_n$$

işarələnməsindən istifadə edəcəyik.

Tərif. Tutaq ki, $r = \frac{p}{q}$ və $\tilde{r} = \frac{\tilde{p}}{\tilde{q}}$ $R_{m,n}$ -nin elementləridir.

$$p\tilde{q} = q\tilde{p}$$

olarsa deyəcəyik ki, r və $\tilde{r}$ bərabərdirlər.

Interpolyasiyanın yeganəliyi haqqında aşağıdakı nəticə doğrudur.

Teorem. $R_{m,n}$ -də (1) bərabərliyini ödəyən interpolyasiya məsələsinin ən çoxu bir həlli var.

Rasional funksiyalar vasitəsilə interpolyasiya məsələlərinə dair [1], [2] ədəbiyyatlarına baxmaq olar.

Ədəbiyyat

1. Petrushev, P. P.; Popov, V. A., Rational approximation of real functions. Encyclopedia of Mathematics and its Applications, 28. Cambridge University Press, Cambridge, 1987.
2. Nathaniel Macon, D.E. Dupree, Existence and Uniqueness of Interpolating Rational Functions, The American Mathematical Monthly, 2018

AĞILLI TEXNOLOGİYALAR VƏ İQTİSADI TRANSFORMASIYA

Hüseynova Yasəmən İsfəndiyar qızı, Rüstəmovə Firuzə Mədət qızı,

Məmmədova Könül Nizami qızı

Bakı Dövlət Universiteti, Naxçıvan Dövlət Universiteti

y.huseynova@mail.ru, f.rustamova@mail.ru, KonulMammadova@ndu.edu.az

XXI əsrdə global iqtisadiyyatın inkişaf trayektoriyası informasiya və kommunikasiya texnologiyalarının geniş tətbiqi ilə xarakterizə olunur. Rəqəmsallaşma iqtisadi münasibətlərin strukturunu dəyişdirərək yeni biznes modellərinin və innovativ idarəetmə mexanizmlərinin yaranmasına şərait yaratmışdır. Ağıllı texnologiyalar iqtisadiyyatın müxtəlif sahələrində əməliyyatların optimallaşdırılması, resurslardan səmərəli istifadə və qərarvermə proseslərinin sürətləndirilməsi baxımından mühüm əhəmiyyət daşıyır [1].

Sənaye avtomatlaşdırılmış istehsal sistemləri, robotlaşdırma və süni intellekt texnologiyalarının tətbiqi müəssisələrin rəqabət qabiliyyətini artırmışdır. Bununla yanaşı, rəqəmsal transformasiya yalnız texnoloji dəyişiklik deyil, həm də sosial-iqtisadi münasibətlərin yenilənməsi prosesidir. [2].

Ağıllı texnologiyalar məlumatların toplanması, emalı və analizinə əsaslanan, insan müdaxiləsini minimuma endirən innovativ sistemlərdir. Bu texnologiyalara aşağıdakılar daxildir:

- Süni intellekt ;
- Əşyaların İnterneti ;
- Bulud texnologiyaları;
- Böyük verilənlər ;
- Blokçeyn sistemləri;
- Robot texnologiyaları.

Bu texnologiyalar müəssisələrdə əməliyyat xərclərini azaltmaqla yanaşı məhsuldarlığın yüksəlməsinə və qərarvermənin daha dəqiq həyata keçirilməsinə imkan yaradır [3].

Rəqəmsal texnologiyalar iqtisadiyyatın “smart economy” modelinə keçidini sürətləndirir. Smart iqtisadiyyat innovasiya, bilik və rəqəmsal infrastruktur üzərində qurulan iqtisadi model hesab olunur [4].

İqtisadi transformasiya iqtisadi sistemlərin yeni texnoloji və institusional şəraitə uyğun şəkildə dəyişməsi prosesidir. Rəqəmsal transformasiya bu dəyişikliklərin əsas komponenti kimi çıxış edir.

Ağıllı texnologiyaların tətbiqi nəticəsində:

- istehsal prosesləri avtomatlaşdırılır;
- əmək məhsuldarlığı artır;
- idarəetmə xərcləri azalır;
- elektron ticarət genişlənir;
- innovasiya ekosistemi formalaşır.

Müasir müəssisələr rəqəmsal platformalar vasitəsilə qlobal bazarlara daha sürətli inteqrasiya olunur. Xüsusilə süni intellekt və analitik sistemlər bazar davranışlarının proqnozlaşdırılmasına imkan verir [5].

Tədqiqatlar göstərir ki, rəqəmsallaşma iqtisadi artımın sürətlənməsinə və yeni iş sahələrinin yaranmasına müsbət təsir göstərir. Bununla yanaşı, bəzi ənənəvi peşələrin sıradan çıxması əmək bazarında struktur dəyişikliklərinə səbəb olur[6].

Sənaye müəssisələrində ağıllı istehsal texnologiyalarının tətbiqi istehsalın effektivliyini artırır. “Smart manufacturing” sistemi vasitəsilə müəssisələr real vaxt rejimində istehsal proseslərini idarə edə bilir [7].

Rəqəmsal transformasiya nəticəsində:

- müəssisələrin rəqabət qabiliyyəti yüksəlir;
- logistika sistemləri optimallaşdırılır;
- enerji sərfiyyatı azalır;
- istehsalın keyfiyyəti yüksəlir.

Eyni zamanda elektron ticarətin inkişafı ənənəvi biznes modellərinin dəyişməsinə səbəb olmuşdur. Amazon, Alibaba və digər rəqəmsal platformalar global ticarət münasibətlərini yeni mərhələyə çıxarmışdır.

Maliyyə sektorunda “FinTech” texnologiyalarının inkişafı elektron ödəniş sistemlərini və rəqəmsal bankçılığı genişləndirmişdir. Blokçeyn texnologiyası maliyyə əməliyyatlarının təhlükəsizliyini artıran mühüm innovasiya hesab edilir.

Ağıllı texnologiyalar iqtisadi inkişafı sürətləndirsə də, müəyyən problemlər də yaradır. Əsas problemlər *aşağıdakılardır*:

- kibertəhlükəsizlik riskləri;
- rəqəmsal bərabərsizlik;
- işsizliyin struktur dəyişməsi;
- şəxsi məlumatların qorunması problemləri.

Süni intellekt texnologiyalarının inkişafı bəzi peşələrin avtomatlaşdırılmasına səbəb olur. Bu isə yeni bacarıqların və rəqəmsal savadlılığın artırılmasını zəruri edir.

Azərbaycanda son illərdə rəqəmsal iqtisadiyyatın inkişafı dövlət siyasətinin prioritet istiqamətlərindən birinə çevrilmişdir. “ASAN xidmət”, elektron hökumət platformaları və rəqəmsal ödəniş sistemləri dövlət xidmətlərinin keyfiyyətini yüksəltmişdir.

Ölkədə innovasiya və texnologiya parklarının yaradılması, startap ekosisteminin inkişafı və rəqəmsal bacarıqların *artırılması* iqtisadi transformasiyanın sürətlənməsinə xidmət edir. Qarabağ və Şərqi Zəngəzur iqtisadi rayonlarında “ağıllı şəhər” və “ağıllı kənd” layihələrinin həyata keçirilməsi rəqəmsal texnologiyaların praktik tətbiqinə nümunədir.

Nəticə

Ağıllı texnologiyalar müasir iqtisadi transformasiyanın əsas elementlərindən biridir. Rəqəmsallaşma iqtisadiyyatın səmərəliliyini artırmaqla yanaşı yeni inkişaf imkanları yaradır. Süni intellekt, IoT və digər innovativ texnologiyalar istehsal və xidmət sektorlarında keyfiyyət dəyişikliklərinə səbəb olmuşdur.

Lakin rəqəmsal transformasiya prosesinin uğurlu həyata keçirilməsi üçün kibertəhlükəsizlik, rəqəmsal bərabərlik və insan kapitalının inkişafı istiqamətində kompleks tədbirlərin görülməsi vacibdir. Gələcəkdə ağıllı texnologiyaların

iqtisadiyyatın bütün sahələrinə daha geniş integrasiyası qlobal rəqabət mühitində ölkələrin inkişaf səviyyəsini müəyyən edən əsas amillərdən biri olacaqdır.

Ədəbiyyat

1. Halaburda, H., Prince, J., Sokol, D., & Zhu, F. (2024). The business revolution: Economy-wide impacts of artificial intelligence and digital platforms. *Journal of Economics & Management Strategy*. <https://doi.org/10.1111/jems.12578>
2. Ilkevich, S. (2022). Strategy of digital transformation of industrial enterprises: The effects of the introduction of smart manufacturing technologies. ResearchGate.
3. Rudskoi, A., Akaev, A., & Devezas, T. (2022). Digital transformation and the world economy. Springer.
4. Siemionek-Ruskań, M., & Szelągowska, A. (2025). Smartification as a new paradigm of the economy development. *Annales Universitatis Mariae Curie-Skłodowska, sectio H – Oeconomia*, 59(1). <https://journals.umcs.pl/h/article/view/16656>
5. Strohmaier, R., Schuetz, M., & Vannuccini, S. (2019). A systemic perspective on socioeconomic transformation in the digital age. *Journal of Industrial and Business Economics*, 46(3), 361–378. <https://doi.org/10.1007/s40812-019-00124-x>
6. Suntsova, O. (2022). The definition of smart economy and digital transformation of business in the concepts Industry 4.0 and 5.0. *Technology Audit and Production Reserves*, 2(4), 21–26. <https://doi.org/10.15587/2706-5448.2022.255152>
7. Wuest, T., Romero, D., Khan, M., & Mittal, S. (2022). The triple bottom line of smart manufacturing technologies. In K. J. Bwalya (Ed.), *Routledge handbook of smart technologies*. Routledge.

XÜSUSİ QRADIYENT HƏDLİ BİR ÖLÇÜLÜ QEYRİ-STASİONAR KVAZİOPTİKA TƏNLİYİ ÜÇÜN OPTIMAL İDARƏETMƏ MƏSƏLƏSİ

İbrahimov Natiq Söhrab oğlu , Mirzəyeva Səlimə Mirzə qızı,

Fərzəliyeva Ülkər Mirsamid qızı

Lənkəran Dövlət Universiteti

mirzayeva_salima@mail.ru, ulker-salayeva@mail.ru

Bu işdə

$$J_{\alpha}(v) = \beta_0 \|\psi(., T, .) - y_0\|_{L_2(\Omega_L)}^2 + \beta_1 \|\psi(., ., L) - y_1\|_{L_2(\Omega_T)}^2 + \alpha \|v - \omega\|_H^2 \quad (1)$$

funksionalının

$$V = \left\{ v = (v_0, v_1) : v_m \in L_2(0, l), |v_m(x)| \leq b_m, \forall x \in (0, l), m = 0, 1 \right\}$$

çoxluğunda

$$i \frac{\partial \psi}{\partial t} + ia_0 \frac{\partial \psi}{\partial z} - a_1 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + ia_2(x) \frac{\partial \psi}{\partial x} + a(x)\psi + v_0(x)\psi + iv_1(x)\psi = f(x, t, z), \quad (x, t, z) \in \Omega, \quad (2)$$

$$\psi(x, 0, z) = \varphi_0(x, z), \quad (x, z) \in \Omega_L, \quad (3)$$

$$\psi(x, t, 0) = \varphi_1(x, t), \quad (x, t) \in \Omega_T, \quad (4)$$

$$\frac{\partial \psi(0, t, z)}{\partial x} = \frac{\partial \psi(l, t, z)}{\partial x} = 0, \quad (t, z) \in Q_{TL} \quad (5)$$

şərtləri daxilində minimallaşdırılmasına dair optimal idarəetmə məsələsinə baxılmışdır. Burada $i = \sqrt{-1}$ - xəyali vahid, $a_0 > 0, a_1 > 0, \alpha > 0, b_0 > 0, b_1 > 0$ - verilmiş ədədlər; $\beta_0 > 0, \beta_1 > 0$ isə $\beta_0 + \beta_1 > 0$ şərtini ödəyən ədədlərdir; $a(x), a_2(x)$ verilən həqiqi qiymətli, ölçülən məhdud funksiyalardır və aşağıdakı şərtləri ödəyir:

$$a(x) \in L_2(0, l), \mu_0, \mu_1 = \text{const} > 0, \quad (6)$$

$$|a_2(x)| \leq \mu_1, \left| \frac{da_2(x)}{dx} \right| \leq \mu_2, \forall x \in (0, l), \mu_1, \mu_2 = \text{const} > 0, a_2(0) = a_2(l) = 0; \quad (7)$$

$y_0(x, z), y_1(x, t), \varphi_0(x, z), \varphi_1(x, t), f(x, t, z)$ funksiyaları isə kompleks qiymətli, ölçülən funksiyalar olub, aşağıdakı şərtləri ödəyir:

$$y_0 \in L_2(\Omega_L), y_1 \in L_2(\Omega_T); \quad (8)$$

$$\varphi_0 \in W_2^{2,1}(\Omega_L), \frac{\partial \varphi_0(0, z)}{\partial x} = \frac{\partial \varphi_0(l, z)}{\partial x} = 0, z \in (0, L), \quad (9)$$

$$\varphi_1 \in W_2^{2,1}(\Omega_T), \frac{\partial \varphi_1(0, t)}{\partial x} = \frac{\partial \varphi_1(l, t)}{\partial x} = 0, t \in (0, T), \quad (10)$$

$$f \in W_2^{0,1,1}(\Omega); \quad (11)$$

$\omega = (\omega_0, \omega_1) \in H = L_2(0, l) \times L_2(0, l)$ - verilmiş elementdir, $\forall$ simvolu “sanki hər yerdə” mənasını verir.

Hər bir $v \in V$ üçün (2)-(5) şərtlərini ödəyən $\psi = \psi(x, t) = \psi(x, t; v)$ funksiyasının tapılması məsələsi olan başlanğıc-sərhəd məsələsinin həlli dedikdə $W_2^{2,1,1}(\Omega)$ fəzasından olan sanki həll başa düşülür [1].

$W_2^{2,1,1}(\Omega)$ fəzası $C^0([0, L], L_2(\Omega_T)) \subset C^0([0, T], L_2(\Omega_L))$ fəzasına daxil olduğundan baxılan funksionalın mənası vardır.

(5) sərhəd şərtlərinin yerinə birinci növ sərhəd şərtləri olduqda baxılan məsələyə oxşar məsələ [1, 2] işlərində araşdırılmışdır.

Bu işdə əvvəlcə (1)-(5) optimal idarəetmə məsələsinin həllinin varlığı və yeganəliyi araşdırılmış, aşağıdakı teoremlər isbatlanmışdır:

Teorem 1. Tutaq ki, (6)-(11) şərtləri ödənilir və $\omega \in H$ verilmiş elementdir. Onda H fəzasının elə sanki hər yerdə sıx G altçoxluğu vardır ki, $\alpha > 0$ olduqda istənilən $\omega \in G$ üçün (1)-(5) optimal idarəetmə məsələsinin yeganə həlli vardır.

Teorem 2. Tutaq ki, teorem 1-in şərtləri ödənilir. Onda (1)-(5) optimal idarəetmə məsələsinin $\alpha = 0$ olduqda istənilən $\omega \in H$ üçün heç olmazsa bir həlli var.

Daha sonra (1)-(5) optimal idarəetmə məsələsinin həlli üçün zəruri şərt əldə etmək məqsədi ilə əvvəlcə funksionalın diferensiallarına bilən olması araşdırılmışdır. Bunun üçün ilk öncə qoşma məsələyə baxılmışdır:

$$i \frac{\partial \phi}{\partial t} + i a_0 \frac{\partial \phi}{\partial z} - a_1 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + i \frac{\partial}{\partial x} (a_2(x) \phi) + a(x) \phi + v_0(x) \phi - i v_1(x) \phi = 0, (x, t, z) \in \Omega, \quad (12)$$

$$\phi(x, T, z) = -2i \beta_0 (\psi(x, T, z) - y_0(x, z)), (x, z) \in \Omega_L, \quad (13)$$

$$\phi(x, t, L) = -2i \frac{\beta_1}{a_0} (\psi(x, t, L) - y_0(x, t)), (x, t) \in \Omega_T, \quad (14)$$

$$\frac{\partial \phi(0, t, z)}{\partial x} = \frac{\partial \phi(l, t, z)}{\partial x} = 0, (t, z) \in Q. \quad (15)$$

Burada $\psi = \psi(x, t, z) = \psi(x, t, z; v)$ funksiyası $v \in V$ olduqda (2)-(5) başlanğıc-sərhəd məsələsinin həllidir.

Bu qoşma məsələdən istifadə etməklə aşağıdakı

$$\begin{aligned} H(x, \psi(x, \cdot, \cdot), v_0(x), v_1(x), \bar{\phi}(x, \cdot, \cdot)) = & - \int_Q \operatorname{Re}(\psi(x, t, z) \bar{\phi}(x, t, z)) dt dz v_0(x) + \\ & + \int_Q \operatorname{Im}(\psi(x, t, z) \bar{\phi}(x, t, z)) dt dz v_1(x) - \alpha (v_0(x) - \omega_0(x))^2 - \alpha (v_1(x) - \omega_1(x))^2, \end{aligned} \quad (16)$$

Hamilton-Pontraygin funksiyasını daxil edərək (1) məqsəd funksionalının diferensiallanması ifadə edən aşağıdakı teorem isbat edilmişdir:

Teorem 3. Tutaq ki, (6)-(11) şərtləri ödənilir və $\omega \in H$ verilmiş elementdir. Onda $J_\alpha(v)$ funksionalı V çoxluğunda Freşe mənada diferensiallanandır və onun qradienti üçün

$$J_\alpha(v) = (J_{\alpha 0}(v), J_{\alpha 1}(v)) = - \left(\frac{\partial H}{\partial v_0}, \frac{\partial H}{\partial v_1} \right), \quad (17)$$

ifadəsi doğrudur.

Funksionalın qradienti üçün alınan düsturdan istifadə edərək, (1)-(5) optimal idarəetmə məsələsinin həlli üçün variasiya bərabərsizliyi şəklində zəruri şərti ifadə edən aşağıdakı teorem isbat edilmişdir:

Teorem 4. Tutaq ki, teorem 3-ün şərtləri ödənilir. Bundan əlavə (1)-(5) optimal idarəetmə məsələsinin həllər çoxluğu V_* $v^* \in V : J_\alpha(v) = J_{\alpha^*} = \inf_{v \in V} J_\alpha(v)$

olsun. Onda istənilən $v^* \in V_*$ üçün

$$\begin{aligned} & \operatorname{Re}(\psi^*(x, t, z) \bar{\phi}^*(x, t, z)) (v_0(x) - v_0^*(x)) dx dt dz - \\ & - \int_{\Omega} \operatorname{Im}(\psi^*(x, t, z) \bar{\phi}^*(x, t, z)) (v_1(x) - v_1^*(x)) dx dt dz + \\ & + 2\alpha \int_0^l (v_0^*(x) - \omega_0(x)) (v_0(x) - v_0^*(x)) dx + \\ & + 2\alpha \int_0^l (v_1^*(x) - \omega_1(x)) (v_1(x) - v_1^*(x)) dx \leq 0, \forall v^* \in V_*, \end{aligned} \quad (18)$$

bərabərsizliyinin ödənilməsi zəruridir.

Burada $\psi^*(x, t, z) = \psi(x, t, z; v^*)$, $\phi^*(x, t, z) = \phi(x, t, z; v^*)$ funksiyaları $v^* \in V_*$ olduqda uyğun olaraq (2)-(5) başlangıç-sərhəd və (12)-(15) qoşma məsələlərinin həlləridir.

Ədəbiyyat

1. İbrahimov N.S., Yaqub Q.Y., Fərzəliyeva Ü.M, Xüsusi qradient hədlı xətti qeyri-stasionar kvazioptika tənliyi üçün bir optimal idarəetmə məsələsinin həllinin varlığı və yeganəliyi haqqında / Lənkəran Dövlət universiteti, "Müasir təlim texnologiyalarının tətbiq olunmasının təhsilin keyfiyyətinə təsiri" mövzusunda gənc tədqiqatçıların Respublika elmi-praktik konfransı, Lənkəran, 2019
2. İbrahimov N.S., Fərzəliyeva Ü.M, Xüsusi qradient hədlı xətti qeyri-stasionar kvazioptika tənliyi üçün bir optimal idarəetmə məsələsində optimallığın zəruri şərti / "İnformasiya, elm, texnologiya və universitet perspektivləri" mövzusunda doktorantların və gənc tədqiqatçıların onlayn Respublika elmi konfransının materialları, Lənkəran Dövlət Universiteti, Lənkəran, 2020.
3. Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В. Оптимальное управление. М: Наука, 1979, 430 с.
4. Балашевич Н.В., Габасов Р., Калинин А.И., Кириллова Ф.М. Оптимальное управление нелинейными системами // Ж. вычисл. матем. И матем. физ. , 2002, т.42, № 7, с. 969-995.
5. Васильев Ф.П. Методы оптимизации. Факториал, Пресс , 2002 , 824 с.

6. Ладыженская О.А. Краевые задачи математической физики М.: Наука, 1973, 408 с.

EYNİ GƏLƏN VƏ SƏPİLƏN DALĞA HALINDA SƏPİLMƏ MƏSƏLƏSİ

İsgəndərova Gülnar Nizaməddin qızı, Qəhrəmanova Ülviyyə Elşad qızı

Bakı Dövlət Universiteti

Gulnar1890@mail.ru, ulviyyaqahraman@gmail.com

Aşağıdakı

$$\xi_k \frac{\partial \psi_k(x, t)}{\partial t} - = \sum_j^6 c_{kj}(x, t) \psi_j(x, t), \quad -\infty < t < +\infty \quad (k = \overline{1, 6}) \quad (1)$$

$$\xi_1 > \xi_2 > \xi_3 > 0 > \xi_4 > \xi_5 > \xi_6$$

hiperbolik tənliklər sisteminə baxaq: burada axtarılan funksiya, funksiyaları isə kompleksqiymətli, lokal inteqrallanan və

$$|c_{kj}(x, t)| \leq c(1 + |x|)^{-1-\varepsilon}(1 + |t|)^{-1-\varepsilon}, \quad (2)$$

$c_{kk}(x, t) \equiv 0$, şərtlərini ödəyirlər, $c_{kj}(x, t) \equiv 0$, olduqda - olur.

Onun ümumi həlli $\psi_k(x, t) = f_k(t + \xi_k x)$, $(k = \overline{1, 6})$ (4) şəklində olur. funksiyaları lokal inteqrallanan funksiyalardır.

İki məsələyə baxaq:

Birinci məsələdə elə $\psi(x, t) = (\psi_1(x, t), \dots, \psi_6(x, t))$ həlli axtarılır ki, aşağıdakı asimptotikaya malik olsun :

$$\begin{cases} \psi_1^k(x, t) = a_1(t + \xi_1 x) + o(1), \\ \psi_2^k(x, t) = a_2(t + \xi_2 x) + o(1), \quad x \rightarrow +\infty \\ \psi_3^k(x, t) = a_3(t + \xi_3 x) + o(1), \quad k = 1, 2 \end{cases} \quad (5)$$

və

$$\begin{pmatrix} \psi_4^k(0, t) \\ \psi_5^k(0, t) \\ \psi_6^k(0, t) \end{pmatrix} = h_k \begin{pmatrix} \psi_1^k(0, t) \\ \psi_2^k(0, t) \\ \psi_3^k(0, t) \end{pmatrix}, \quad k = 1, 2 \quad (6)$$

sərhəd şərtləri ödənsin;

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (7)$$

Bu matrislər və şərtlərini ödəyirlər.

Göstərmək olar ki,

$$\begin{cases} \psi_4^k(x, t) = b_4(t + \xi_4 x) + o(1), \\ \psi_5^k(x, t) = b_5(t + \xi_5 x) + o(1), \\ \psi_6^k(x, t) = b_6(t + \xi_6 x) + o(1) \end{cases} \quad x \rightarrow +\infty \quad (8)$$

Teorem. Tutaq ki, (1) hiperbolik tənliklər sisteminin əmsalları (2) şərtlərini ödəyirlər. Onda baxılan səpilmə məsələlərinin yeganə həlli var. Burada operatorlarını təyin etmək olar:

$$\begin{aligned} S^1: \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} &\rightarrow \begin{pmatrix} b_1^1 \\ b_2^1 \\ b_3^1 \end{pmatrix}, \quad S^1 = \|S_{ij}^1\|_{i,j=1}^3 \\ S^2: h_2 \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} &\rightarrow \begin{pmatrix} b_1^2 \\ b_2^2 \\ b_3^2 \end{pmatrix}, \quad S^2 = \|S_{ij}^2\|_{i,j=1}^3 \end{aligned} \quad (9)$$

$S = (S^1, S^2)$ operatoru yarımoxda (1) hiperbolik tənliklər sistemi üçün səpilmə operatoru adlanır.

Tərs məsələ dedikdə, S operatoruna görə (1) sisteminin əmsallarının tapılması başa düşülür. Sistem TS struktura malik olduqda, tərs səpilmə məsələsi (1)-də öyrənilmişdir. İşdə birinci yaxınlaşmaya görə tərs səpilmə məsələsi öyrənilir.

Ədəbiyyat

1. İsmayılov M.I.. (2006). Inverse scattering problem for hyperbolic systems on a semi-axis in the case of equal number of incident and scattered waves, inverse problems. (955-974)

BİR SİNİF DÖRDTƏRTİBLİ DİFERENSİAL TƏNLİK ÜÇÜN QARIŞIQ MƏSƏLƏNİN SANKİ HƏR YERDƏ HƏLLİNİN YEGANƏLİYİ

İsmayılov Arif İbat oğlu, Teymurlu Püstə Novruz qızı

Bakı Dövlət Universiteti

ismayilovarif@icloud.com, pusteteymurlu@gmail.com

İşdə dördüncü tərtib psevdohiperbolik tənlik üçün qoyulmuş öz-özünə qoşma olmayan məsələnin sanki hər yerdə həllinin yeganəliyi dəyişənlərinə ayırma üsulu və Bellman bərabərsizliyinin köməyi ilə isbat olunmuşdur.

İşdə birözlü qarışıq məsələnin sanki hər yerdə həllinin yeganəliyi məsələsi araşdırılmışdır;

$$U_{tt}(t, x) + U_{xxxx}(t, x) - U_{ttxx}(t, x) = F(t, x, U(t, x), U_t(t, x), U_x(t, x), U_{tx}(t, x), U_{xx}(t, x), U_{txx}(t, x), U_{xxx}(t, x)) \quad (0 \leq t \leq T, 0 \leq x \leq 1) \quad (1)$$

$$U(0, x) = \varphi(x), U_t(0, x) = \Psi(x), \quad (0 \leq x \leq 1) \quad (2)$$

$$U(t, 0) = 0, U_x(t, 0) = U_x(t, 1), U_{xx}(t, 0) = 0, U_{xxx}(t, 0) = U_{xxx}(t, 1) \quad (0 \leq t \leq T), \quad (3)$$

harada ki, $0 < T < +\infty$; F, φ, Ψ – məlum funksiyalar, $U(t, x)$ axtarılan funksiyadır.

Tərif : (1) – (3) qarışıq məsələsinin sanki hər yerdə həlli dedikdə aşağıdakı şərtləri ödəyən $U(t, x)$ funksiyasını başa düşəciyik;

$$a) U(t, x), U_x(t, x), U_{xx}(t, x), U_{xxx}(t, x), U_t(t, x), U_{tx}(t, x), U_{txx}(t, x), U_{tt}(t, x), U_{ttx}(t, x) \in C([0, T] \times [0, 1])$$

$$U_{xxxx}(t, x), U_{ttxx}(t, x) \in C([0, T]; L_2(0, 1));$$

b) bütün (2) və (3) şərtləri adi mənada ödənilir ;

c) (1) tənliyi $(0, T) \times (0, 1)$ - də sanki hər yerdə ödənilir.

Məsələnin verilənləri üzərinə müəyyən şərtlər qoymaqla (1)-(3) qarışıq məsələsinin Bellman bərabərsizliyinin köməyi ilə sanki hər yerdə həllinin yeganəliyi haqqında teorem isbat olunur.

Teorem : Tutaq ki,

$$1. F(t, x, u_1, u_2, \dots, u_7) \in C([0, T] \times [0, 1] \times (-\infty, +\infty)^7)$$

$$2. \forall R > 0 \text{ üçün } [0, T] \times [0, 1] \times [-R, R]^7 \text{-də}$$

$$|F(t, x, u_1, \dots, u_7) - F(t, x, \tilde{u}_1, \dots, \tilde{u}_7)| \leq C_R \sum_{i=1}^7 |u_i - \tilde{u}_i|, \quad C_R = \text{const} > 0$$

Onda (1) – (3) məsələsi birdən çox sanki hər yerdə həllə malik ola bilməz.

Ədəbiyyat

1. Кожанов А.И. Об одном классе нелинейных уравнений порядка $2n+1$ // "Неклассические задачи уравнений математической физики". Новосибирск, 1982, с.96-103

ÇOXÖLÇÜLÜ ŞREDİNGER OPERATORUNUN SPEKTRİ HAQQINDA.

Mehrabov Vüqar Abdulla oğlu, Şərifli Asiman Qalib qızı

Bakı Dövlət Universiteti

mvuqar-1969@mail.ru, asimansharifli1@gmail.com

Bu işdə

$$Hu = -\Delta u + q(x)u, \quad x \in \mathbb{R}^n \quad (1)$$

düsturu ilə təyin olunmuş çoxölçülü Şredinger operatorunun spektri araşdırılır.

Burada, potensialı şəbəkəsinə nəzərən periodikdir və - ölçülü paralelepiped bu şəbəkənin fundamental oblastıdır. şəbəkəsi şəbəkəsinə ikili şəbəkədir, yəni və - ölçülü paralelepiped isə şəbəkəsinin fundamental oblastıdır. işarə edəcəyik.

[3], [4] -də göstərilmişdir ki, operatorunun spektri operatorlarının spektrlərinin birləşməsinə bərabərdir, yəni $\sigma(H) = \bigcup_{t \in F^*} \sigma(H_t)$.

[2] -də isə opearoturunun məxsusi ədədləri üçün asimptotik düsturlar alınmışdır. Həmin işdə hər bir vektoruna (burada $\gamma \in \Gamma$, $t \in F^*$) vektoruna operatorunun

$$|(\Psi_{k,t}, e^{i\langle \gamma+t, x \rangle})| = \max_N |(\Psi_{N,t}, e^{i\langle \gamma+t, x \rangle})|$$

şərti ödəyən (bunu bəzən kimi də işarə edəcəyik) məxsusi ədədi qarşı qoyulur və isbat olunur ki, məxsusi ədədi aşağıdakı asimptotik düsturları ödəyir:

$$\Lambda_{k(\gamma+t)} = |\gamma + t|^2 + \widetilde{F_{m-1}}(\gamma + t) + O(|\gamma + t|^{-m\alpha})$$

burada,

$$\begin{aligned} (\gamma + t) &\in \widetilde{V}(\alpha), \\ \Lambda_{k(\gamma+t)} &= \lambda(\gamma + t) + O(|\gamma + t|^{-\alpha}) \end{aligned} \quad (2.1)$$

burada,

$$(\gamma + t) \in V^m(\alpha) = R^2 \setminus \widetilde{V}^m(\alpha). \quad (2.2)$$

[1]-də dəqiq verilmiş müəyyən xassələri ödəyən çoxluğunu konstruktiv şəkildə qurmuşduq. Əgər olduqda ,

$$\sum_{\tilde{\gamma}: \tilde{\gamma} \in \Gamma \setminus \gamma} |(\tilde{\Psi}_{k(\gamma+t)}, e^{i\langle \tilde{\gamma}+t, x \rangle})|^2 < \frac{1}{2} \quad (3)$$

bərabərsizliyi ödənilərsə, burada məxsusi funksiyası - məxsusi ədədinə uyğun gələn hər hansı bir normallaşdırılmış funksiyadır, o zaman nöqtəsi operatorunun spektruna daxildir.

Bu işdə aşağıdakı teoremlər isbat olunur.

Teorem 1: Əgər kifayət qədər böyük ədəd olarsa,

$$a \in \tilde{S}_\rho, \delta \sim \rho^{-n+1-\alpha} \text{ və } \gamma + t \in A_a(\delta)$$

halında (3) şərti ödənilərsə, onda məxsusi ədədi operatorunun spektruna daxildir.

Teorem 2: Əgər potensialı olduqda sinfinə daxil olarsa, onda operatorunun spektrindəki lakunların sayı sonludur.

Teorem 3: Izoenergetik səth elə bir çoxluğunu özündə saxlayır ki, onun ölçüsü aşağıdakı sferanın ölçüsünə yaxındır.

$$\mu(A(\rho)) = \mu(S_\rho)(1 + O(\rho^{-\alpha}))$$

$A(\rho)$ çoxluğu hamar bir səthdir və onun toxunan müstəviləri sferanın toxunan müstəvilərinə asimptotik olaraq yaxındır, yəni

$$\text{grad}\Lambda_{k(\gamma+t)} = \text{grad}|\gamma + t|^2 + O(\rho^{1-\alpha})$$

Ədəbiyyat

1. Mehrabov V.A, Şərifli.A.Q. İkiölçülü Şredinger operatorunun spektri haqqında. Azərbaycan xalqının ümummilli lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 102-ci ildönümünə həsr olunmuş "Tətbiqi riyaziyyatın müasir problemləri" mövzusunda Respublika elmi konfransının materialları, 12-13 may, 2025, s.244-246
2. Велиев О.А. «Дифференциальные операторы с периодическими комплекснозначными коэффициентами». Сб. "Спектральная теория операторов", вып.4, Издательство "Элм", 1982, с.21-55.
3. Велиев О.А. «О спектре многомерных периодических операторов». Теории функций, функциональный анализ и их приложения, вып. 49, 1988. с.17-34.
4. Гасымов М.Г. «Спектральный анализ одного класса несамосопряженных дифференциальных операторов второго порядка». функц. анализ, т.34, вып.3, 1980, с.14-19.
5. Тичмарш Е.Ч. «Разложения по собственным функциям, связанные с дифференциальными уравнениями второго порядка». т.2, М.: ИЛ, 1961, 556с.

XƏTTİ STASİONAR İDARƏETMƏ SİSTEMİ ÜÇÜN λ -ÇEVİRMƏ, QRAMIAN VƏ YUXARI BOHL GÖSTƏRİCİSİNİN BƏZİ XASSƏLƏRİ

Məmmədov Elçin Musa oğlu, Hüseynova Mehri Elşad qızı

Bakı Dövlət Universiteti

elchinmamedov@gmail.com, hmehri293@gmail.com

Xətti stasionar idarəetmə sistemləri müasir idarəetmə nəzəriyyəsinin əsas tədqiqat obyektlərindən biridir. Bu sistemlərin sabitlik, idarə olunma və müşahidə olunma xassələrinin öyrənilməsi mühüm nəzəri və tətbiqi əhəmiyyət daşıyır.

Bu baxımdan λ -çevirmə, qramianlar və Bohl göstəricisi kimi anlayışlar sistemlərin struktur və dinamik analizində geniş istifadə olunur [1–4]. İşin məqsədi

bu anlayışların qarşılıqlı əlaqəsini araşdırmaq və sistemin keyfiyyət xassələrinin qiymətləndirilməsində rolunu göstərməkdir.

Xətti stasionar idarəetmə sistemi aşağıdakı diferensial tənliklə verilir:

$$x'(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

burada A və uyğun ölçülü sabit matrislərdir.

λ -çevirmə xətti sistemin spektral xüsusiyyətlərini saxlayaraq onun ekvivalent təsvirini əldə etməyə imkan verən çevirmədir. Bu çevirmə sistem matrisinin uyğun transformasiyası kimi qəbul edilir və analiz prosesini sadələşdirir.

Teorem 1 (Spektral invariantlıq).

Əgər sistem matrisi və çevrilən matrisdirsə, onda

$$A_\lambda = T^{-1}AT$$

və $\sigma(A_\lambda) = \sigma(A)$ bərabərlikləri doğrudur. Bu nəticə göstərir ki, λ -çevirmə sistemin özqiymətlərini dəyişmir, yəni sistemin sabitlik xassəsi invariant qalır [3].

İdarəolunma qramianı aşağıdakı kimi təyin olunur:

$$W_c = \int_0^\infty e^{At}BB^T e^{A^T t} dt$$

Teorem 2 (İdarəolunma kriteriyası). Xətti stasionar sistem tam idarəolunandır o və yalnız o halda ki, onun idarəolunma qramianı müsbət müəyyən matrisdir.

Müşahidəolunma qramianı aşağıdakı kimi verilir:

$$W_0 = \int_0^\infty e^{A^T t}C^T C e^{At} dt$$

Yuxarı Bohl göstəricisi aşağıdakı kimi təyin olunur:

$$\beta = \lim_{t \rightarrow \infty} \sup 1/t \ln \|X(t)\|$$

Teorem 3 (Sabitlik kriteriyası). Əgər yuxarı Bohl göstəricisi olarsa, onda sistem eksponensial sabitdir.

İzah: Bu halda sistemin fundamental həlləri zaman keçdikcə sifıra yaxınlaşır və sistem stabil davranış göstərir.

λ -çevirmə sistemin strukturunu dəyişmədən onun spektral analizini sadələşdirir. Qramianlar vasitəsilə sistemin idarəolunma və müşahidəolunma xassələri müəyyən edilir. Yuxarı Bohl göstəricisi isə sistem həllərinin uzunmüddətli davranışını xarakterizə edir. Bu anlayışların birlikdə tətbiqi xətti sistemlərin keyfiyyət analizində mühüm rol oynayır. Aparılan tədqiqat göstərir ki, λ -çevirmə, qramianlar və yuxarı Bohl göstəricisi xətti stasionar idarəetmə sistemlərinin analizi üçün fundamental anlayışlardır. Bu anlayışlar sistemin sabitlik və idarəetmə xüsusiyyətlərini effektiv şəkildə xarakterizə etməyə imkan verir.

Ədəbiyyat

1. Kalman, R. E. (1960). On the General Theory of Control Systems, IFAC Proceedings Volumes, Vol. 1, Issue 1, 1960, pgs. 491-502.
2. Wonham, W. M. Linear Multivariable Control, 1985, 349 pgs
3. Barabanov, E.A.; Konyukh, A.V. Bohl exponents of linear differential systems. Memoirs on Differential Equations and Mathematical Physics 2001, 24, 151–158.
4. Bykov, V.V. Bohl exponents and Baire classes of functions. Journal of Mathematical Sciences 2015, 210, 168–185; DOI: 10.1007/s10958-015-2555-6.

ÜMUMİLƏŞMİŞ SÜRÜŞMƏ İLƏ BAĞLI SUBADDİTİV OPERATORLAR ÜÇÜN BƏRABƏRSİZLİKLƏR

Məmmədov Elçin Əli oğlu Pənahlı Leyla Mahir qızı
Bakı Dövlət Universiteti
elchinmamedov88@mail.ru, penahlileyla40@gmail.com

Tutaq ki, $R^l - l$ ölçülü Evklid fəzası, $m, k \geq 0$ tam ədədlər,

$$n = m + k \geq 1, R_{m+k, k}^+ = \{(x_1, \dots, x_{m+k}) \in R^{m+k} : x_{m+i} > 0, i = \overline{1, k}\}, R_{m+0, 0}^+ = R^m,$$

$$T_{\gamma_{n, k}}^y(u(x)) = c_{\gamma} \prod_{i=1}^k \int_0^{\pi} u\left((x - y), (x_{m+1}, y_{m+1})_{\alpha_i}, \dots, (x_{m+k}, y_{m+k})_{\alpha_k}\right) \sin^{\gamma_{m+1}-1} \alpha_i d\alpha_i$$

isə Laplas-Bessel diferensial operatorunun doğurduğu ümumiləşmiş sürüşmə operatorudur, burada

$$x \in R_{m+k, k}^+, \gamma_{m+1} > 0, i = \overline{1, k}, x, y \in R^m, x = (x, x_{m+1}, \dots, x_{m+k}),$$

$$y = (y, y_{m+1}, \dots, y_{m+k}), (x_{m+1}, y_{m+1})_{\alpha_i} = \sqrt{x_{m+1}^2 - 2x_{m+1}y_{m+1}\cos\alpha_i + y_{m+1}^2}, i = \overline{1, k},$$

$$c_{\gamma} - \text{sabitdir, } \gamma_{n, k} = (0, \dots, 0, \gamma_{m+1}, \dots, \gamma_{m+k}) \in R_{m+k, k}^+, |\gamma_{n, k}| = \prod_{i=1}^k \gamma_{m+i}.$$

$$\Phi : [0, +\infty) \rightarrow (0, +\infty) \text{ funksiyaları } \Phi(r) = \int_0^r \alpha(t) dt$$

şəklində göstərilə bilirsə, ona N – funksiya deyəcəyik, burada $\alpha : [0, +\infty) \rightarrow (0, +\infty)$ soldan kəsilməz, azalan funksiya və $\alpha(0) = 0, d(t) \rightarrow 0, t \rightarrow +\infty$.

Tutaq ki, $p \geq 1, \alpha > 0$. $\bar{\mathcal{Q}}_{p, \alpha}$ ilə $\omega : (0, +\infty) \rightarrow (0, +\infty)$ şəkildə sanki azalan elə funksiyalar çoxluğunu işarə edilir ki, $\omega(t)$ artır, $t^{-\frac{\alpha}{p}} \omega(t)$ azalır və $\forall \varepsilon > 0$ üçün $\int_0^{\varepsilon} \omega(t) t^{-1} dt$ integralı yığılsın [1].

Aydındır ki, $\overline{\Omega}_{p,\alpha} = \overline{\Omega}_{1,\alpha}$ və əgər $\omega \in \overline{\Omega}_{p,\alpha}$ onda $\omega(2t) \leq c\omega(t)$.

Subadditiv A operatoru $K_{\gamma_{n,k}}(p, \overline{\Omega}_{p,\alpha})$ sinfinə o vaxt daxil olur ki, aşağıdakı şərtlər ödənsin:

1. $Af(x)$ sanki hər bir x üçün varsa,
2. Elə $c > 0$, $\omega \in \overline{\Omega}_{p,\alpha}$ var ki,

$$|Af(x)| \leq c \int_{R_{m+k,k}^+} T^y(|f(x)|)\omega(|y|)|y|^{-(m+k+|\gamma_{n,k}|)} d\mu_{n,k}(y),$$

burada $d\mu_{n,k}(y) = Y_{m+1}^{\gamma_{m+1}} \dots Y_{m+k}^{\gamma_{m+k}} dy$, $y \in R_{m+k,k}^+$, f isə A -nın təyin oblastına daxildir.

Qeyd edək ki, ümumiləşmiş Riss və Bessel potensialları bu sinfə daxildir.

Teorem. Tutaq ki, $1 < p < +\infty$ və $A \in K_{\gamma_{n,k}}(p, \overline{\Omega}_{p,\alpha})$, $\alpha = m+k+|\gamma_{n,k}|$. Onda elə $\Phi \in N$ -funksiyası var ki,

$$c^{-1}\Phi^{-1} \leq \frac{1}{r^\alpha} \leq \frac{1}{r^{\frac{\alpha}{p}}} \frac{\omega(t)}{r} dt \leq c\Phi^{-1} \leq \frac{1}{r^\alpha}, \quad r > 0$$

burada Φ^{-1} funksiyası Φ -in tərsi, c isə z -dən asılı olmayan sabitdir.

Ədəbiyyat

1. Абдуллаев С.К., Мамедов Э.А. Неравенства Харди-Литтлвуда-Соболева для одного класса субаддитивных операторов с обобщённых сдвигом. Вестник БГУ, серия физ.-мат.наук, 1016, № 1, с.16-25.
2. Мамедов Э.А. Интегральные операторы гармонического анализа в пространствах определенных в терминах локальных характеристик функций. Известия педагогического университета, 2017, сер.65, № 4, с.27-37.

MÜRƏKKƏB QURULUŞLU KONSTRUKSIYA ELEMENTLƏRİ VƏ ONLARIN TƏDQIQI

Məmmədov Xəlid Binnət oğlu, Əhmədova Laləzər Süleyman qızı

Bakı Dövlət Universiteti

mamedovxalid55@gmail.com, lalezeraqakisiyeva123@gmail.com

Texnikanın müxtəlif sahələrində mürəkkəb quruluşlu konstruksiya elementlərindən istifadə olunur. Konstruksiyalar mürəkkəb quruluşlu olduqda, onların hesablanma metodları da mürəkkəbləşir. Hər bir konstruksiyanı çalışıb mümkün qədər daha dəqiq hesablamaq lazımdır. Bu ilk növbədə həm konstruksiyanın uzunmüddətli normal işini təmin edir, həm də istismar sahəsində gözlənilməz qüsurlar yaranmır.

Praktikada istifadə olunan digər konstruksiya elementləri ilə təmasda olan nazik divarlı örtüklər bir çox hallarda həmin elementlərlə ancaq nazik zolaq şəklində kontur boyu kontaktda olur. Bu cür konstruksiya elementlərinin dəqiq hesablanması üçün kontakt məsələsi həll etmək lazım gəlir. Kontakt zonası örtüyün kənarında nazik zolaq şəkilli olduğu üçün həmin kontakt məsələsi sadələşdirilə bilər. Bu örtüklə özüllər arasındakı kontakt qarşılıqlı təsir qüvvələrinin onlara ekvivalent olan örtüyün kənarında təsir edən kontur yüklərinə gətirilir. Kontakt məsələsini sadələşdirmək üçün fırlanma örtüyünün oxasimmetrik deformasiya halı üçün aşağıdakı funksionalı tərtib edirik

$$I = A_2 (\bar{R}\bar{v} + \bar{G}\bar{\gamma}) \Big|_{\alpha_a^1}^{\alpha_b^1} + [\bar{P}^{(+)}(\bar{v} + h\bar{\gamma}) + \bar{P}^{(-)}(\bar{v} - h\bar{\gamma})] A_1 A_2 d\alpha^1 - \int_{-h\alpha_a^1}^{h\alpha_b^1} W A_1 A_2 d\alpha^1 dz + \\ + \sum_{k=1}^2 \int_{\alpha_{ak}^1}^{\alpha_{bk}^1} [\bar{q}^k(\bar{v} + \delta_k h\bar{\gamma}) + 2\bar{q}^k b_k \bar{\gamma}^k] A_1 A_2 d\alpha^1 - \int_{-h_k\alpha_{ak}^1}^{h_k\alpha_{bk}^1} W_k A_1 A_2 d\alpha^1 dz_k \}$$

haradakı

$$[\tilde{\alpha}_a^1, \tilde{\alpha}_b^1] = [\alpha_a^1, \alpha_b^1] \setminus [\alpha_{ak}^1, \alpha_{bk}^1] \quad (k=1,2)$$

$\delta I = 0$ variasiya tənliyi tərtib olunur [1]

$$\delta I = A_2 (R_{11}\delta u_1 + R_{13}\delta w + G_{11}\delta\gamma_1 + G_{13}\delta\gamma) \Big|_{\alpha_a^1}^{\alpha_b^1} + [P_1^{(+)}(\delta u_1 + h\delta\gamma_1) + P_3^{(-)}(\delta w - h\delta\gamma)] A_1 A_2 d\alpha^1 - \\ - \int_{-h\alpha_a^1}^{h\alpha_b^1} \delta W A_1 A_2 d\alpha^1 dz + \sum_{k=1}^2 \int_{\alpha_{ak}^1}^{\alpha_{bk}^1} [\delta q_1^k(u_1 + \delta_k h\gamma_1) + q_1^k(\delta u_1 + \delta_k h\delta\gamma_1) + \delta q_3^k(w + \delta_k h\gamma) + q_3^k(\delta w + \\ + \delta_k h\delta\gamma) + 2b_k(\gamma_1^k \delta q_1^k + q_1^k \delta\gamma_1^k + q_3^k \delta\gamma^k + \gamma^k \delta q_3^k)] A_1 A_2 d\alpha^1 - \int_{-h_k\alpha_{ak}^1}^{h_k\alpha_{bk}^1} \delta W_k A_1 A_2 d\alpha^1 dz_k = 0$$

burada funksional argumentlər $u_1, w, \gamma_1, \gamma, \gamma_1^k, \gamma^k, q_1^k, q_3^k$ -dir.

Funksionalın stasionarlıq şərtindən həlledici münasibətlər alınır. Alınan həlledici tənliklərin [2]-də alınan tənliklərdən fərqi odur ki, naməlum kimi daxil edilmiş örtüklə əsaslar arasındakı qarşılıqlı reaksiya qüvvələri məsələnin naməlumları arasından çıxarılır. Amma bu, baxılan örtüyün və onunla kontaktda olan özüllərin gərginlik-deformasiya vəziyyətini kifayət qədər dəqiq təyin etməyə imkan verir.

Ədəbiyyat

1. Паймушин В.Н. К вариационным методам решения нелинейных пространственных задач сопряжения деформируемых тел // ДАН СССР. – 1983. – Т. 273, № 5. – С. 1083–1086.
2. Паймушин В.Н., Фирсов В.А., Мамедов Х.Б. Об одном подходе к исследованию контактного взаимодействия тонких оболочек с упругими опорными основаниями на контуре // Материалы VII Республиканской конференции молодых ученых по математике и механике. Книга II. – Баку: Изд-во Элм. – 1987. – С. 245–250.

ARANJEMANLAR (YERLƏŞDİRMƏLƏR)

Məmmədova Alsu Zaur qızı

Mingəçevir Dövlət Universiteti

alsummmdova2@gmail.com

Təkrarlar olan yerləşdirmələr (aranjemanlar)

Hazırda mobil telefonların köməyi ilə dünyanın istənilən nöqtəsi ilə əlaqə yaratmaq mümkündür və bu zaman yığmaq istədiyimiz telefon nömrəsindəki rəqəmlərin sayı, adətən, onluq say sistemindəki rəqəmlərin sayından çox olur. Ona görə də istədiyimiz nömrəni yığarkən rəqəmlərin təkrar olunacağını gözləmək olar (Həsənov, 2014). Bu riyazi mənada o deməkdir ki, çoxluğun elementlərindən mümkün uzunluqlu alaylar düzəldərkən, onların daxilində elementlər təkrar oluna bilər. Belə alaylar düzəldərkən bütün mümkün olan variantların tapılmasının böyük praktiki əhəmiyyəti vardır. Bu məsələnin riyazi qənaəti belədir:

Elementlərinin sayı m olan M çoxluğunun elementlərindən düzəldilən k uzunluqlu alayların sayını tapmalıdır.

Məsələni həll etmək üçün M çoxluğunun elementlərini ilə işarə edək. Yəni $M = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_m\}$ olsun. Deməli, $n(M) = m$

Bu çoxluğun köməyi ilə düzəldilən k uzunluqlu alaylardan bir neçəsini yazaq:

$$\begin{array}{ccc} \underbrace{(a_1, a_1, a_1, \dots, a_1)}_{k \text{ sayda}} & , & \underbrace{(a_1, a_1, a_1, \dots, a_1, a_2)}_{k-1 \text{ sayda}} & , & \underbrace{(a_1, a_1, a_1, \dots, a_1, a_2, a_2)}_{k-2 \text{ sayda}} \\ \underbrace{(a_2, a_2, a_2, \dots, a_2)}_{k \text{ sayda}} & , & \underbrace{(a_2, a_2, a_2, \dots, a_2, a_1)}_{k-1 \text{ sayda}} & , & \underbrace{(a_2, a_2, a_2, \dots, a_2, a_1, a_1)}_{k-2 \text{ sayda}} \end{array}$$

Çoxluqların Dekart hasili tərifinə görə, alınır ki, k uzunluqlu alayların sayı $\underbrace{M \times M \times \dots \times M}_{k \text{ sayda}}$ Dekart hasilinin elementlərinin sayına bərabərdir. Odur ki, n

$$n\left(\underbrace{M \times M \times \dots \times M}_{k \text{ sayda}}\right) = m \cdot m \dots m = m^k$$

Deməli, elementlərinin sayı m olan çoxluqdan düzəldilən k uzunluqlu alayların sayı m^k -dir.

Tərif 1. Elementlərinin sayı m olan çoxluqdan düzəldilən uzunluğu k olan alaylara, m elementdən düzəldilmiş k elementli təkrarlar olan yerləşdirmələr deyilir (Həsənov, 2014) və:

$$\widetilde{mP}_k = m^k$$

adətən $-ya$ təkrarlar olan aranjeman deyilir.

Məsələ 1. Səkkiz sərnişini üç vagona neçə üsulla yerləşdirmək olar?

Həlli: Bu məsələnin həlli 8 dəfədən çox təkrarlanmamaqla, 3 vagona 8 sərnişini neçə üsulla yerləşdirilməsinin sayını tapmaqdan ibarətdir. Başqa sözlə, 3 elementli çoxluqdan uzunluğu 8 olan alayların sayını tapmaqdan ibarətdir:

$$\widetilde{3P}_8 = 3^8 = 6561$$

Təkrarsız yerləşdirmələr (aranjemanlar)

Yenə də verilmiş M çoxluğunun elementlərindən k uzunluqlu alaylar düzəldək. Ancaq fərqli olaraq burada yalnız elementləri təkrarlanmayan alaylar götürəcəyik.

Tərif 2. Elementlərinin sayı m olan çoxluqda elementləri təkrar olunmamaqla düzəldilən k uzunluqlu alaylara m elementdən k elementli təkrarsız yerləşdirmələr deyilir və ilə işarə olunur (Rosen, 2019).

Adətən, mP_k -ya təkrarsız aranjeman deyilir.

Təkrarsız aranjemanların sayını tapaq.

M çoxluğundan a_1 elementini götürək və onu alayın birinci komponenti qəbul edək. M çoxluğunun elementlərinin sayı m olduğundan, birinci komponenti seçmək üçün m mümkün hal var. Onu seçdikdən sonra ikinci komponenti seçmək üçün M çoxluğunun qalan sayda elementlərindən seçilməlidir və deməli, onu seçmək üçün mümkün hal var.

Bu elementi ilə işarə edək. elementləri seçildikdən sonra a_3 elementi M çoxluğunun qalan sayda elementlərindən seçilir və deməli onun seçilməsində mümkün hal var.

Bu qaydanı davam etdirməklə alırıq ki, nəhayət elementini seçmək üçün $m - (k - 1)$, yəni mümkün hal var.

Çoxluqların vurulma qaydasına əsasən buradan alırıq ki:

$$mP_k = m(m - 1)(m - 2) \dots (m - k + 1)$$

Bu düsturu da, faktorial işarəsindən istifadə etməklə yığcam şəkildə yazmaq olar. Məlumdur ki, ilk n natural ədədin hasili (n faktorial) kimi işarə olunur, yəni:

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots n$$

işarə edilir. Bu işarəni tətbiq etmək üçün (5) düsturunu belə yazaq:

$$\begin{aligned} {}_mP_k &= (m - (k - 1))(m - (k - 2)) \dots (m - 1)(m - 1)m \\ &= \frac{1 \cdot 2 \cdot (m - k)(m - (k - 1))(m - (k - 2)) \cdot \dots \cdot (m - 2)(m - 1)m}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (m - k)} \\ &= \frac{m!}{(m - k)!} \end{aligned}$$

Deməli: ${}_mP_k = \frac{m!}{(m - k)!}$

Məsələ 2. Kompüterdə işləməyi bacaran 7 işçi var və onların hər biri istənilən mətni yığmağı bacarır. Bir işçiyə 2 bir mətni verməklə 4 müxtəlif mətni onlara neçə variantda tapşırmaq olar?

Həlli: Hər variant 7 elementdən dörd-dörd təkrarsız yerləşdirmə deməkdir. Deməli, üçün -i tapmaq lazımdır.

$${}_7P_4 = \frac{7!}{(7 - 4)!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 840$$

Ədəbiyyat

1. Həsənov, S. Q. (2014). Kombinatorika və elementar ehtimal nəzəriyyəsi. Bakı: Təhsil Nəşriyyatı.
2. Grimaldi, R. P. (2003). Discrete and combinatorial mathematics: An applied introduction (5th ed.). Pearson Education.
3. Rosen, K. H. (2019). Discrete mathematics and its applications (8th ed.). McGraw-Hill.

KOMBİNATOR DÜŞÜNCƏ FƏLSƏFƏSİ

Alsu Məmmədova Zaur

Mingəçevir Dövlət Universiteti

alsummmdova2@gmail.com

Fəlsəfi baxımdan kombinator düşüncə ideyası XVII əsrdən etibarən formalaşmağa başlamışdır. René Descartes və Gottfried Wilhelm Leibniz kimi düşünürlər insan idrakının universal hesablanma sisteminə çevrilməsi ideyasını irəli sürmüşdülər. Leibniz öz “ars combinatoria” əsərində qeyd edirdi ki, bütün insan bilikləri və anlayışları elementar ideyaların müxtəlif kombinasiyalarından ibarətdir (Leibniz, 1666). Bu baxımdan o, kombinatorikanı yalnız riyazi sahə deyil, həm də fikir əmələgəlməsinin mexanizmi kimi izah edirdi.

Descartes-in rasionallıq fəlsəfəsində də “ümumi hesablama” anlayışı mühüm yer tutur. O hesab edirdi ki, insan düşüncəsi hər hansı mürəkkəb anlayışı sadə komponentlərə parçalayır və sonra bu komponentləri müxtəlif ardıcılıqlarda birləşdirərək yeni bilik formaları yaradır (Descartes, 1637). Bu yanaşma sonradan riyaziyyatdakı kombinator analiz metodlarının fəlsəfi təməlini qoymuşdur.

Bu mənada kombinatorika təkcə sayma elmi deyil, həm də müxtəlif elementlərin əlaqə sisteminin qurulması elmi kimi qəbul edilə bilər. O, insan idrakının universal strukturu kimi çıxış edir: anlayışlar, ideyalar və təsəvvürlər də eynilə riyazi obyektlər kimi “kombinə” oluna bilər.

Təhlil və müzakirə

Kombinatorika və idrak fəlsəfəsi: çoxvariantlı düşüncənin modeli

Müasir idrak fəlsəfəsi (epistemologiya) insanın düşünmə prosesini statik bilik toplusu kimi deyil, dinamik, çoxvariantlı bilik konstruksiyası prosesi kimi dəyərləndirir (Morin, 1999). Bu modelə görə, insan təfəkkürü daima müxtəlif alternativlər arasında seçim edir, variantları sındırır, yanlış yolları istisna edir və nəticədə bilik sistemində tarazlıq yaradır. Bu prosesin struktur baxımından riyazi ekvivalenti məhz kombinator yanaşmadır: verilmiş çoxluqdan mümkün kombinasiya və düzülüşlərin tapılması insan idrakının çoxvariantlı funksiyasının simvolik ifadəsidir.

Piaget (1972) insan idrakının inkişaf mərhələlərini tədqiq edərkən qeyd edirdi ki, “kombinator əməliyyatlar” insanın abstrakt düşüncəyə keçid mərhələsində başlıca rol oynayır. Onun fikrincə, yeniyetmə yaş dövründə şagirdlər artıq mümkün variantları yalnız təsadüfi şəkildə yox, sistemli və planlı şəkildə təhlil etməyi öyrənirlər. Piaget bu mərhələni “formal əməliyyatlar dövrü” adlandırır və hesab edir ki, kombinator düşüncə yaradıcı idrakın başlanğıc nöqtəsidir.

Vygotsky (1978) bu ideyanı sosial-idraki aspektdən inkişaf etdirərək qeyd edirdi ki, insan təfəkkürü yeni anlayışları mövcud biliklərin müxtəlif kombinasiyalarını dəyişdirməklə yaradır. O, yaradıcılığı “əqli situasiyaların yeni kombinasiyası” kimi xarakterizə edir. Bu baxımdan, kombinator düşüncə sadəcə bilik istehsalı deyil, həm də mədəni transformasiya aktıdır — fərd yeni ideya yaratmaqla həm öz təfəkkürünü, həm də ictimai bilik sistemini dəyişdirir.

Kombinator düşüncənin struktur və məntiqi təbiəti

Kombinator düşüncənin əsas idrak xüsusiyyəti onun sistem qurma qabiliyyətidir. İnsan şüuru məlumatı sadəcə qəbul etmir; o, məlumat vahidlərini əlaqələndirir, onları müxtəlif konfigurasiyalarda birləşdirərək yeni məna strukturları yaradır. Bu baxımdan kombinator təfəkkür həm sintetik, həm də analitik xarakter daşıyır. Tall (2013) qeyd edir ki, kombinator düşüncə riyazi təfəkkürün üç

səviyyəsini – konkret əməliyyatlar, simvolik abstraksiya və formal əlaqə – birləşdirən unikal strukturdur. O, şagirdin düşüncə fəaliyyətində həm “məntiqi sistemləşmə”, həm də “yaradıcılıq elastikliyi” yaradır. Yəni insan yalnız qaydaları tətbiq etmir, həm də bu qaydalar arasında yeni əlaqələr kəşf edir.

Kombinator təfəkkür və yaradıcılıq

Yaradıcılıq psixologiyası kontekstində kombinator düşüncə “əqli kombinasiyalar” adlandırılan proseslə əlaqələndirilir (Guilford, 1967). Yaradıcı fərd, məsələn, alim, mühəndis və ya sənətkar, müxtəlif ideyaları və anlayışları yeni formada birləşdirərək innovativ nəticə əldə edir. Bu baxımdan, kombinator düşüncə həm elmi innovasiyanın, həm də mədəni yaradıcılığın əsasında dayanır. Freudenthal (1983) qeyd edir ki, riyaziyyatın tədrisində kombinator məsələlər yalnız hesablama bacarığı deyil, problemi modelləşdirmək və sistemlə fikirləşmək qabiliyyəti yaradır. Bu, idrakin dərin qatlarına təsir edən universal düşüncə mexanizmidir. Riyazi kombinatorikanın humanitar dəyəri də məhz buradadır — o, insanı “necə hesablamaq” yox, “necə düşünməli” öyrədir. Morin (1999) bunu “kompleks düşüncə” adlandırır: insan dünyanı vahid sistem kimi qavrayır, müxtəlif hissələr arasındakı əlaqələri anlamağa çalışır. Kombinator təfəkkür bu kompleks yanaşmanın riyazi formasıdır — parçalanmış bilikləri əlaqələndirmək, çoxsaylı variantları eyni vaxtda nəzərdən keçirmək və məna strukturu yaratmaq bacarığı.

Kombinator təfəkkürün humanitar dəyəri

Kombinator düşüncə humanitar baxımdan insanın seçim, məsuliyyət və qərarvermə mədəniyyətini simvollaşdırır. Hər kombinasiya aktı, əslində, bir seçim aktıdır: çoxsaylı variantlar arasından məntiqli, məqsədəuyğun və bəzən estetik baxımdan uyğun olanı seçmək. Bu baxımdan kombinator təfəkkür etik və mədəni qərarvermənin də modelidir. Məsələn, ədəbiyyatda və musiqidə yaradıcı proses çox vaxt “elementlərin yeni kombinasiyası” kimi dəyərləndirilir. Dilin öz strukturu da kombinator prinsiplərə əsaslanır — məna, cümlə və mətn müəyyən sözlərin müəyyən qaydalarla birləşdirilməsindən yaranır. Beləliklə, kombinatorika yalnız riyaziyyatın deyil, dil, estetika və mədəniyyətin də struktur əsasını təşkil edir. Bu mənada kombinator təfəkkür riyazi məntiqin sərhədlərini aşır və insanın mənəvi-intellektual fəaliyyətinin bütün sahələrinə sirayət edir. O, həm təfəkkürün aləti, həm də mədəniyyətin modeli kimi çıxış edir.

Kombinator təfəkkür və yaradıcılıq psixologiyası

İnsan idrakinin mühüm xüsusiyyətlərindən biri ondan ibarətdir ki, o, qarşısına çıxan problemi həll edərkən çoxsaylı variantları təsəvvür edə, onların arasında müqayisə apararaq ən uyğun olanı seçə bilir. Bu xüsusiyyət — kombinator təfəkkür — yaradıcılığın əsas psixoloji mexanizmlərindən biridir. Kombinator düşüncə fərdin

yaddaşında mövcud olan bilik vahidlərini, təcrübə fraqmentlərini və təsəvvürləri müxtəlif ardıcılıqlarda birləşdirərək yeni ideyalar formalaşdırmaq qabiliyyətidir (Guilford, 1967). Beləliklə, yaradıcı təfəkkürün təməlində yalnız intuisiyadan deyil, həm də sisteməlik riyazi məntiqdən qaynaqlanan kombinator mexanizmlər dayanır.

Nəticə

Aparılmış araşdırma göstərir ki, kombinator təfəkkür müasir idrak fəlsəfəsi və pedaqoji psixologiya baxımından təkcə riyaziyyatın bir bölməsi deyil, insan düşüncəsinin ümumi struktur modelidir. O, biliklərin yaradılması, sistemləşdirilməsi və yenidən qurulması proseslərinin həm riyazi, həm idraki, həm də mədəni səviyyələrini özündə birləşdirir.

Beləliklə, kombinator təfəkkürün əsas funksiyası yalnız variantları hesablamaq deyil, həm də sistem və mənalar yaratmaqdır. O, insan düşüncəsinin fragmentasiyadan bütövlüyə, sadə məntiqdən kompleks əlaqələrə doğru istiqamətləndirir.

Nəticə etibarilə, kombinator təfəkkür riyazi, psixoloji və humanitar idrak formalarının birləşdirici modelidir. O, riyazi məntiqin dəqiqliyini, psixoloji çevikliyi və humanitar dərinliyi birləşdirərək insan idrakının universal strukturunu əks etdirir. Bu baxımdan, riyazi kombinatorikanın öyrənilməsi yalnız hesablama bacarığı deyil, həm də düşünmə mədəniyyətinin formalaşması deməkdir.

Ədəbiyyat

1. Bruner, J. (1960). The Process of Education. Harvard University Press.
2. Freudenthal, H. (1983). Didactical Phenomenology of Mathematical Structures. D. Reidel Publishing.
3. Guilford, J. P. (1967). The Nature of Human Intelligence. McGraw-Hill.
4. Jonassen, D. H. (2006). Modeling with Technology: Mindtools for Conceptual Change. Pearson Education.
5. Morin, E. (1999). Complexity and the Human Spirit. UNESCO Press.
6. Piaget, J. (1972). The Psychology of the Child. Basic Books.
7. Poincaré, H. (1908). Science and Method. Thomas Nelson & Sons.
8. Tall, D. (2013). How Humans Learn to Think Mathematically. Cambridge University Press.
9. Təhsil Nazirliyi. (2020). Ümumi təhsil üzrə dövlət standartları və riyaziyyat fənni kurikulumu. Bakı: Təhsil Nazirliyi.
10. Vygotsky, L. S. (1978). Mind in Society: The Development of Higher Psychological Processes. Harvard University Press.

SÜRƏTLİ HESABLAMA ÜSULLARININ EPIDEMIOLOJİ PROQNOZLAŞDIRMADA ROLU: EYLER-KOŞI YANAŞMASI

Məmmədova Könül Nizami qızı, Hüseynova Yasəmən İsfəndiyar qızı

Naxçıvan Dövlət Universiteti, Bakı Dövlət Universiteti

KonulMammadova@ndu.edu.az, y.huseynova@mail.ru

Epidemiyanın riyazi modeli

Tapşırığın sualına cavab vermək üçün epidemiyanın inkişafı üçün riyazi model quracağıq, bunun üçün tapşırığın şərtlərini riyaziyyat dilinə “tərcümə edəcəyik”.

$x(t)$ - t anında xəstə insanların sayı;

$y(t)$ - t anında sağlam insanların sayı kimi işarələyək.

Tapşırığın şərtlərindən belə çıxır ki

$$x(t) + y(t) = N + 1 \quad (1)$$

$$x(0) = 1, \quad (2)$$

və bir müddət sonra T qrupdakı bütün insanlar xəstələnəcək. $[0, T]$ zaman intervalını n hissəyə ayıraq və

$$\Delta t = \frac{T}{N}$$

ilə işarələyək [2].

Δt zamanı ərzində xəstələrdə Δx hansı artımın olacağını öyrənək. Aydındır ki,

1) $\Delta x \sim \Delta t$, yəni, Δx mütənasibdir Δt ,

2) $\Delta x \sim x(t) \cdot y(t)$, yəni, Δx sağlam ($y(t)$) və xəstə ($x(t)$) insanların görüşlərinin sayına mütənasibdir.

Riyaziyyat dilində bu belə yazılır:

$$\Delta x(t) = \alpha \cdot x(t) \cdot y(t) \Delta t \quad (3)$$

burada α mütənasiblik əmsalıdır, hər bir epidemiya üçün fərqlidir və empirik olaraq müəyyən edilir.

(1) düsturundan $y(t)$ sağlam insanların sayını ifadə edək.

$$y(t) = N + 1 - x(t),$$

alınan ifadəni (3) düsturunda yerinə qoyuruq və bir sıra çevrilmələr aparırıq.

$$\Delta x = \alpha \cdot x(t) [N + 1 - x(t)] \Delta t \rightarrow \frac{\Delta x}{\Delta t} = \alpha \cdot x(t) [N + 1 - x(t)]$$

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (\alpha \cdot x(t) [N + 1 - x(t)]) = \alpha \cdot x(t) [N + 1 - x(t)]$$

Əldə etdiyimiz son ifadədən

$$x(t)' = \alpha \cdot x(t) [N + 1 - x(t)] \quad (4)$$

alırıq [1].

Tənlik (4) epidemiyanın inkişafı üçün ən sadə riyazi modeldir. Yəni, eksperimental qrupdakı insanların sayı - N , çıxış məlumatları ilə mütənəsiblik əmsali - α , yəni $t - x(t)$ zamanındakı halların sayı və $x'(t)$ bu anda epidemiyanın inkişaf sürətidir. Bu model quruluş baxımından determinə olunmuşdur, lakin modelləşdirmə məqsədləri baxımından təsviri xarakter daşıyır, çünki o, yalnız epidemiyanın inkişafını təsvir edir.

Epidemiyanın riyazi modelini həll etmək üçün Eyler-Koşi metodundan istifadə

Epidemiyanın inkişafının qurulmuş riyazi modeli üçün dəqiq həll tapıldı. Lakin, bir qayda olaraq, diferensial tənliklərlə təmsil olunan əksər modellər üçün dəqiq həll tapmaq mümkün deyil, ona görə də onları həll etmək üçün təxmini həll üsullarından istifadə olunur [5]. Bunlara, xüsusən də ədədi formada diferensial tənliyin təxmini həllini əldə etməyə imkan verən Eyler-Koşi metodu daxildir. Bu metodun riyazi modelə münasibətdə necə istifadə oluna biləcəyini nəzərdən keçirək [4].

Əvvəlcə metodun ideyasını nəzərdən keçiririk. Diferensial tənlik

$$y' = f(x, y) \quad (5)$$

olsun. Burada y' $y(x)$ funksiyasının törəməsidir, $f(x, y)$ hansısa funksiyadır. Onun həllini, yəni ilkin şərti ödəyən $y(x)$ funksiyasını tapmaq tələb olunur.

$$y(x_0) = y_0 \quad (6)$$

Həlli tapmaq üçün bir-birindən bərabər məsafədə olan $x_0, x_1, x_2, x_3, \dots, x_i \dots$ harada ki, $x_i = x_0 + i \cdot h$ ($i = 0, 1, 2, \dots$), nöqtələr sistemi qurulur, h isə kifayət qədər kiçik addımdır. Bu nöqtələrdə təklif olunan düsturlara uyğun olaraq arzu olunan funksiyanın dəyəri növbə ilə Eyler və Koşinin təklif etdiyi formul ilə hesablanır.

$$\begin{aligned} y_{k+1}^* &= y_k + h \cdot f(x_k, y_k); \\ y_{k+1} &= y_k + h(f(x_k, y_k) + f(x_k, y_{k+1}^*)) / 2; \end{aligned} \quad (6)$$

Bu üsuldən istifadə etmək üçün (4) epidemiyanın riyazi modelini aşağıdakı kimi təqdim edirik:

$$x'(t) = f(x), \text{ harada ki, } f(x) = \alpha x(t) [N+1 - x(t)], \quad (7)$$

burada axtarılan funksiya $x(t)$ epidemik modelin həllidir. (7) tənliyi üçün Eyler-Koşi düsturları (6) düsturuna nisbətən daha sadə forma alır.

$$\begin{aligned} x_{k+1}^* &= x_k + h \cdot f(x_k); \\ x_{k+1} &= x_k + h(f(x_k) + f(x_{k+1}^*)) / 2; \\ t_{k+1} &= t_k + h; \quad k = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (8)$$

Ədəbiyyat

1. Боев, В. Д. (2017). Имитационное моделирование систем: Учебное пособие для прикладного бакалавриата. Издательство Юрайт.
2. Гербеков, Х. А., & Башкаева, О. П. (2017). Место математического и компьютерного моделирования в системе современного общего образования. Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Информатизация образования, 14(1), 17–24.
3. Градов, В. М., Овечкин, Г. В., Овечкин, П. В., & др. (2016). Компьютерное моделирование: Учебник. Инфра-М.
4. Колупаева, С. Н. (2008). Математическое и компьютерное моделирование: Учебное пособие. Школьный университет.
5. Королев, А. Л. (2015). Компьютерное моделирование: Лабораторный практикум. Бином.

TRİQONOMETRİK TƏNLİKLƏR SİSTEMİ ($\sin x$ VƏ $\cos x$ NÜMUNƏSİ)

Məmmədova Zülfiyyə Həsərət qızı

Mingəçevir Dövlət Universiteti

zmemmedova35@gmail.com

Dəyişəni triqonometrik funksiya işarəsi altında olan bərabərsizliyə triqonometrik bərabərsizlik deyilir.

Triqonometrik bərabərsizliklərin həlli məlum çevirmələrin köməyi ilə ədədi bərabərsizliklərin həllinə gətirilir. Sadə triqonometrik bərabərsizliklər aşağıdakılardır:

$$\sin x > a, \quad (\sin x \geq a), \quad \sin x < a, \quad (\sin x \leq a).$$

$$\cos x > a, \quad (\cos x \geq a), \quad \cos x < a, \quad (\cos x \leq a).$$

$$\operatorname{tg} x > a, \quad (\operatorname{tg} x \geq a), \quad \operatorname{tg} x < a, \quad (\operatorname{tg} x \leq a).$$

$$\operatorname{ctg} x > a, \quad (\operatorname{ctg} x \geq a), \quad \operatorname{ctg} x < a, \quad (\operatorname{ctg} x \leq a).$$

Sadə triqonometrik bərabərsizlikləri həll etmək üçün və funksiyalarının ən kiçik müsbət dövrünün və funksiyalarının ən kiçik müsbət dövrünün isə π olduğunu, həmçinin bu funksiyaların monotonluq aralıqlarını bilmək vacibdir (Stewart, 2016).

Beləliklə, yalnız və ya daxil olan bərabərsizliyi uzunluğu 2π olan istənilən aralıqda həll etmək kifayətdir. Yalnız və ya daxil olan bərabərsizliyi uzunluğu π olan istənilən aralıqda həll etdikdən sonra, aralığın uclarına əlavə etməklə bütün həllər çoxluğu alınır.

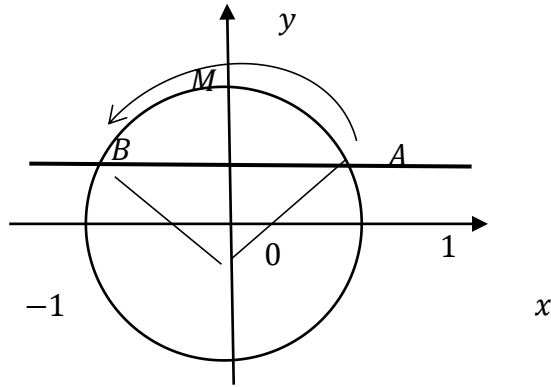
İndi sadə triqonometrik bərabərsizliklərin həlli qaydalarını göstərək.

• $\sin x > a$

$-1 \leq \sin x \leq 1$ olduğunda, olarsa, bərabərsizliyin həlli yoxdur. olarsa, bərabərsizliyin həlli bütün həqiqi ədədlər çoxluğudur (Nicholson, 2011).

$0 < a < 1$ halını nəzərdən keçirək. düz xətti ilə çevrənin kəsişmə nöqtələrini qeyd edək. A və B nöqtələri ordinatı a -ya bərabər olan nöqtələrdir, $\arcsin a$ və isə bu nöqtələrə uyğun bucaqlardır. 1-ci şəkildə göründüyü kimi, verilən bərabərsizliyin həlli sinusun a -dan böyük olduğu AMB qövsü üzərindəki nöqtələrə uyğun bucaqlardır (Stewart, 2016).

Deməli, olduqda



Şəkil 1.

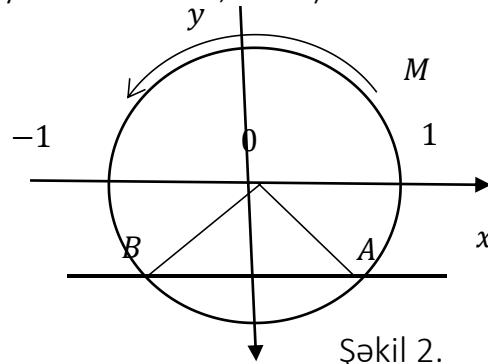
$$\arcsin a < x < \pi - \arcsin a$$

şərtlərini ödəyən x -lər həllidir. Sinusun əsas dövrünün 2π olduğunu nəzərə alsaq və bu həllə əlavə etsək, ümumi həll

$\arcsin a + 2\pi k < x < \pi - \arcsin a + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ (1) şəklində olar. Onu da $x \in (\arcsin a + 2\pi k; \pi - \arcsin a + 2\pi k), k \in \mathbb{Z}$ kimi yazmaq olar (Nicholson, 2011).

• $\sin x \geq a$ olarsa, həll şəklində olar.

$-1 < a < 0$ halı üçün bərabərsizliyinin həllinə uyğun nöqtələr 2-ci şəkildə qeyd edilmişdir. (1) düsturundan bu hala uyğun ümumi həlli almaq üçün a əvəzinə $-a$ götürmək kifayətdir (Əliyev & Kərimov, 2015).



Şəkil 2.

- $\sin x < a$

1. Əvvəlcə halına baxaq. düz xəttinin vahid çevrə ilə kəsişmə nöqtələrinə uyğun bucaqların sinusunu a , onlara uyğun bucaqlar isə $\arcsin a$ və $\pi - \arcsin a$ -dır (Həsənov, 2018). 3-cü şəkilə baxdıqda kimi ümumi həll olur.

- $\sin x \leq a$

$$x \in [-\pi + \arcsin a + 2\pi k; \arcsin a + 2\pi k], k \in Z \text{ olur.}$$

$-1 < a < 0$ halına uyğun həll 4-cü şəkildə çevrənin tünd rəngli qövsünün nöqtələrinə uyğun bucaqlar çoxluğuadır (Əliyev & Kərimov, 2015). Uyğun həll: $x \in (-\pi + \arcsin a + 2\pi k; -\arcsin a + 2\pi k), k \in \mathbb{Z}$

Şəkil 4.

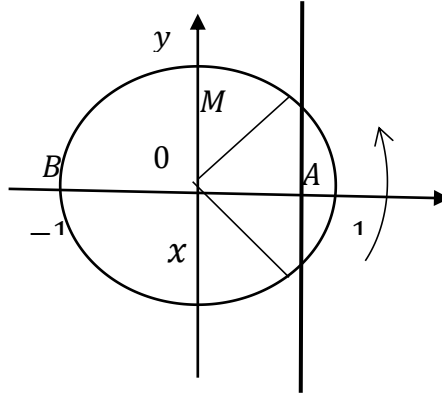
$\cos x > a$ ($\cos x \geq a$) bərabərsizliyi olduqda, bərabərsizliyin həlli yoxdur. olduqda, bərabərsizliyin həllər çoxluğu bütün həqiqi ədədlərdir.

85

OY oxuna paralel olan düz xətti ilə çevrənin kəsişmə nöqtələrinə uyğun bucaqlar və $\arccos a$ -dır (şəkil 5). Çevrənin absisi a -dan böyük olan bütün nöqtələr çoxluğuna uyğun bucaqlar bu bərabərsizliyi ödəyir.

Bu halda bərabərsizliyin ümumi həlli aşağıdakı şəkildə olar:

$$x \in (-\arccos a + 2\pi k; \arccos a + 2\pi k), k \in \mathbb{Z}$$



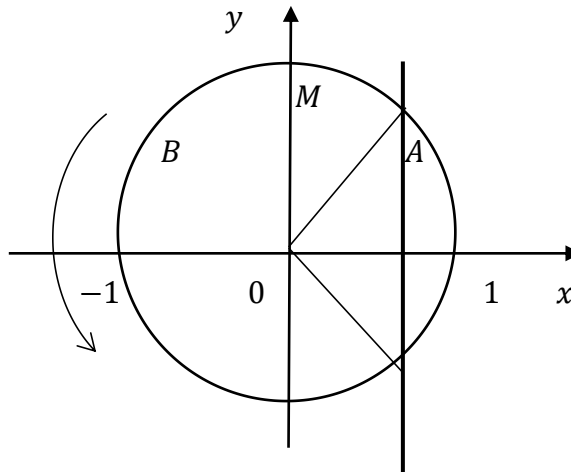
Şəkil 5

$-1 < a < 0$ halı üçün analoji olaraq ümumi həlli

$$x \in (-\pi + \arccos a + 2\pi k; \pi - \arccos a + 2\pi k), k \in \mathbb{Z}$$

şəklində yazıla bilər.

- $\cos x < a$



Şəkil 6

$a < -1$ olarsa, bərabərsizliyin həlli yoxdur. olarsa, bərabərsizliyin həlli bütün həqiqi ədədlər çoxluğudur. $0 < a < 1$ halı üçün bərabərsizliyin həllinə baxaq. düz xətti ilə vahid çevrənin kəsişmə nöqtələrini qeyd edək. Bu nöqtələrə uyğun bucaqlar və $2\pi - \arccos a$ -dır (Şəkil 6).

Kosinusun a -dan kiçik olan bucaqlar, çevrənin $x = a$ düz xəttindən solda yerləşən qövsünə uyğun olan bucaqlardır. Onda $[0; 2\pi)$ aralığında həll $(\arccos a; 2\pi - \arccos a)$ olar (Həsənov, 2018).

Ümumi həll isə $x \in (\arccos a + 2\pi k; 2\pi - \arccos a + 2\pi k), k \in \mathbb{Z}$, olarsa, ümumi həll

$$x \in [\arccos a + 2\pi k; 2\pi - \arccos a + 2\pi k], k \in \mathbb{Z}$$

şəklində olar.

$-1 < a < 0$ halı üçün bərabərsizliyin $[0; 2\pi)$ aralığında ümumi həll:

$$x \in (\pi - \arccos a + 2\pi k; \pi + \arccos a + 2\pi k), k \in \mathbb{Z}$$

olar.

Ədəbiyyat

1. Stewart, J. (2016). Calculus: Early transcendentals (8th ed.). Cengage Learning.
2. Əliyev, A. Ş., & Kərimov, R. B. (2015). Ali riyaziyyata giriş: Analitik həndəsə və triqonometriya. Bakı: Bakı Universiteti Nəşriyyatı.
3. Nicholson, W. K. (2011). Elementary functions and analytic geometry. McGraw-Hill.
4. Larson, R., Hostetler, R., & Edwards, B. H. (2010). Precalculus with limits (3rd ed.). Cengage Learning.
5. Həsənov, S. Q. (2018). Orta məktəbdə triqonometrik funksiyaların tədrisi metodikası. Bakı: Təhsil Nəşriyyatı.

TRİQONOMETRİK VƏ TƏRS TRİQONOMETRİK FUNKSİYALARIN TƏDRİSİNDƏ METODİK YANAŞMALAR

Məmmədova Zülfiyyə Həsərat qızı

Mingəçevir Dövlət Universiteti

zmemmedova35@gmail.com

Müasir riyaziyyat tədrisində funksional asılılıqların öyrədilməsi xüsusi əhəmiyyət daşıyır və bu istiqamətdə triqonometrik funksiyalar mühüm yer tutur. [2] Triqonometrik və tərs triqonometrik funksiyalar yalnız məktəb riyaziyyatının deyil, eyni zamanda ali riyaziyyatın, fizikanın, astronomiyanın və mühəndislik elmlərinin əsas anlayışlarından biri hesab olunur. Bu funksiyalar vasitəsilə periodik proseslərin öyrənilməsi, bucaq və ədədi asılılıqların təhlili, həmçinin müxtəlif tətbiqi məsələlərin həlli mümkün olur. Buna görə də onların tədrisi yalnız nəzəri biliklərin mənimsədilməsi deyil, həm də şagirdlərdə riyazi təfəkkürün, analitik yanaşmanın və tətbiqetmə bacarıqlarının formalaşdırılması baxımından mühüm əhəmiyyət kəsb edir.

Material və metodlar

Tədqiqat nəticəsində müəyyən edilmişdir ki, triqonometrik və tərs triqonometrik funksiyaların tədrisində riyazi məzmunun mərhələli və məntiqi

ardıcılıqla təqdim olunması öyrənilənlərin mövzunu daha dərinlən mənimsəməsinə səbəb olur. Xüsusilə

$$y = \sin x, y = \cos x, y = \operatorname{tg} x, y = \operatorname{ctg} x \quad (1)$$

funksiyalarının tədrisində əvvəlcə vahid çevrə üzərində bu funksiyaların həndəsi mənasının göstərilməsi, daha sonra isə onların analitik ifadələri və qrafikləri arasında əlaqənin qurulması səmərəli nəticə verir. Müşahidə olunmuşdur ki, şagird sinus və kosinus funksiyalarını əvvəlcə çevrə üzərində koordinatlarla əlaqələndirdikdə, sonradan onların periodiklik xassəsini

$$\sin(x + 2\pi) = \sin x, \cos(x + 2\pi) = \cos x \quad (2)$$

şəklində daha asan mənimsəyirlər.

Araşdırma göstərmişdir ki, triqonometrik funksiyaların xassələrinin müqayisəli öyrədilməsi metodik baxımdan daha effektivdir. Məsələn, aşağıdakı münasibətlərin paralel təhlili şagirdlərdə funksiyalararası əlaqəni gücləndirir:

$$\sin(-x) = -\sin x, \cos(-x) = \cos x, \quad (3)$$

$$\operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg} x, \operatorname{ctg}(-x) = -\operatorname{ctg} x. \quad (4)$$

Bu zaman sinus, tangens və kotangensin tək, kosinusun isə cüt funksiya olması yalnız qayda kimi deyil, qrafik və həndəsi baxımdan da əsaslandırıldıqda nəticə daha möhkəm olur. Eyni zamanda funksiyaların təyin oblastı və qiymətlər çoxluğu birlikdə təqdim edildikdə şagirdlər bu anlayışları daha az qarışdırırlar:

$$D(\sin x) = \mathbb{R}, E(\sin x) = [-1, 1],$$

$$D(\cos x) = \mathbb{R}, E(\cos x) = [-1, 1],$$

$$D(\operatorname{tg} x) = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \right\},$$

$$D(\operatorname{ctg} x) = \mathbb{R} \setminus \{ \pi k, k \in \mathbb{Z} \}.$$

Müəyyən edilmişdir ki, tərs triqonometrik funksiyaların tədrisində əsas çətinlik onların bütün triqonometrik funksiyalar üçün deyil, yalnız uyğun məhdudlaşdırılmış oblastlarda tərs funksiya kimi qurulmasının izahıdır. Bu baxımdan aşağıdakı yazılışların mənasının düzgün verilməsi vacibdir:

$$y = \arcsin x, y = \arccos x, y = \operatorname{arctg} x, y = \operatorname{arcctg} x.$$

Məsələn, $y = \arcsin x$

funksiyasının öyrədilməsi zamanı mütləq vurğulanmalıdır ki, $x \in [-1, 1], y \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$, və bu funksiya $x = \sin y$ bərabərliyinin göstərilən intervaldakı həllini ifadə edir. Eyni şəkildə üçün

$$x \in [-1, 1], y \in [0, \pi] \quad (5)$$

şərtinin ayrıca əsaslandırılması tələb olunur. Tədqiqat göstərir ki, bu interval məhdudiyyətləri izah edilmədən tərs funksiyaların öyrədilməsi formal xarakter daşıyır və şagirdlərdə ciddi qarışıqlıq yaradır.

Təhlil nəticəsində aydın olmuşdur ki, qrafik çevirmələrə əsaslanan metodik yanaşma xüsusi səmərəliliyə malikdir. Məsələn,

$$y = \sin x, y = 2\sin x, y = \sin 2x, y = \sin \left(x - \frac{\pi}{3}\right)$$

funksiyalarının müqayisəsi vasitəsilə amplituda, period və faza sürüşməsi anlayışları daha aydın mənimsənilir. Bu zaman şagirdə göstərilir ki:

$$y = a \sin bx$$

üçün amplituda $|a|$, period isə

$$T = \frac{2\pi}{|b|} \quad (6)$$

olur. Belə yanaşma triqonometrik funksiyaların qrafiklərinin mexaniki qurulmasından daha çox, onların parametrlərinin qrafikə təsirini anlamağa imkan verir. Bu da sonrakı mərhələdə triqonometrik tənlik və bərabərsizliklərin həllində mühüm rol oynayır.

Araşdırmada müəyyən edilmişdir ki, triqonometrik tənliklərin tədrisi ilə funksiyaların tədrisi arasında sıx əlaqə yaradıldıqda mövzu daha məhsuldar mənimsənilir. Məsələn,

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

tənliyinin həlli yalnız hazır düstur şəklində verildikdə şagird onu tez unudur. Lakin məsələ vahid çevrə üzərində izah edildikdə,

$$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k, x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \quad (7)$$

nəticəsi daha məntiqli qəbul olunur. Eyni qayda ilə

$$\cos x = -1, \operatorname{tg} x = 1$$

kimi tənliklərin həlli qrafik və həndəsi yanaşma ilə təqdim edildikdə şagirdlər ümumi həll anlayışını daha düzgün qavrayırlar.

Tədqiqat nəticələri göstərmişdir ki, triqonometrik funksiyalarla tərs triqonometrik funksiyalar arasında əlaqələrin xüsusi tapşırıqlar üzərində qurulması metodik cəhətdən faydalıdır. Məsələn,

$$\sin(\arccos x) = \sqrt{1-x^2}, x \in [-1, 1] \quad (8)$$

ifadəsinin izahı zamanı şagird həm tərs funksiyanın mənasını, həm də əsas triqonometrik eyniliyi

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

praktik şəkildə tətbiq edir. Eyni ilə

$$\operatorname{tg}(\arcsin x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}, x \in (-1, 1) \quad (9)$$

kimi ifadələr şagirdlərdə riyazi çevirmə bacarığını inkişaf etdirir və mövzunun sadəcə təriflərlə yox, hesablama nümunələri ilə də mənimsənilməsinə imkan yaradır.

Beləliklə, aparılan tədqiqat sübut edir ki, triqonometrik və tərs triqonometrik funksiyaların tədrisində riyazi məzmun, qrafik təhlil, çevirmə qaydaları, təyin oblası–qiymətlər çoxluğu əlaqəsi və konkret tənlik nümunələri birlikdə verildikdə təlimin səmərəliliyi əhəmiyyətli dərəcədə artır. Bu mövzunun həm nəzəri, həm də tətbiqi baxımdan daha dolğun mənimsənilməsinə şərait yaradır. [4 s, 57-62]

Misal 1.

$$\arcsin \frac{2x}{1+x^2} + \arccos \frac{1-x^2}{1+x^2} = \frac{3\pi}{2}$$

tənliyini həll edin.

Həlli. Əvvəlcə qeyd edək ki, bütün $x \in \mathbb{R}$ üçün doğrudur. Deməli ifadələr müəyyən mənaya malikdir. Bundan əlavə, ona görə də həm $\arcsin$, həm də $\arccos$ müəyyənliidir. İndi aşağıdakı çevirmələrdən istifadə edək. Əgər olarsa, onda məlum düsturlara görə

$$\begin{aligned}\sin 2\alpha &= \frac{2\operatorname{tg} \alpha}{1+\operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{2x}{1+x^2}, \\ \cos 2\alpha &= \frac{1-\operatorname{tg}^2 \alpha}{1+\operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{1-x^2}{1+x^2}.\end{aligned}$$

Deməli tənlik şəklinə düşür.

Burada əsas məsələ $\arcsin$ və $\arccos$ funksiyalarının baş qiymətlərini düzgün seçməkdir.

$$\arcsin (\sin t) \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right], \arccos (\cos t) \in [0, \pi].$$

Bu halda ifadəsinin ən böyük mümkün qiyməti

$\frac{\pi}{2} + \pi = \frac{3\pi}{2}$ olar. Verilmiş tənlikdə sağ tərəf də məhz bu maksimum qiymətdir.

Deməli eyni zamanda aşağıdakılar ödənməlidir: [6 s, 3-98]

$$\arcsin (\sin 2\alpha) = \frac{\pi}{2}$$

və

$$\arccos (\cos 2\alpha) = \pi.$$

Birinci bərabərlikdən

$$\sin 2\alpha = 1 \Rightarrow 2\alpha = \frac{\pi}{2} + 2\pi k.$$

İkinci bərabərlikdən

$$\cos 2\alpha = -1 \Rightarrow 2\alpha = \pi + 2\pi n.$$

Bu iki şərt eyni anda ödənilə bilməz. Çünki

$$\frac{\pi}{2} + 2\pi k \neq \pi + 2\pi n$$

heç bir tam k, n üçün mümkün deyil.
Deməli verilmiş tənliyin həlli yoxdur.
Cavab: $\emptyset$

Ədəbiyyat

1. Hüseynzadə, Rəfət Lətif oğlu. (2021). Pedaqogika.
2. Əliyeva, T. (1991). Orta məktəbdə riyaziyyatın tədrisi metodikası.
3. Quliyev, Ə. A. (2009). Riyaziyyatın tədrisində ümumiləşdirmə.
4. Orucov, E. Q. (2008). Tətbiqi funksional analiz elementləri (s. 57–62).
5. Abbasov, İlham Zöhrab oğlu. (2018). Riyaziyyat təlimində fəal təlim metodunun tədrisi.
6. Шахматов, В. М., Лисок, А. Л., & Тарбокова, Т. В. (2010). Сборник олимпиадных задач по высшей математике (с. 3–98).

s – ƏDƏDLƏRİ VƏ ONLARIN BƏZİ XASSƏLƏRİ

Məsimova Hicran Sabir qızı, Aslanbəyova Gülayə Faiq qızı
Bakı Dövlət Universiteti
functional analiz@mail.ru

Tutaq ki, A operatoru H -Hilbert fəzasında təsir edən istənilən xətti məhdud operatorudur. [2]-dən məlumdur ki,

$s_j(A)$ ədədləri A operatorunun s – ədədləri adlanır. C.E.Allahverdiyevin kompakt operatorların s – ədədlərinin approksimasiya xassələri haqqındakı vacib bir teoremi [1] verək.

Teorem 1. İxtiyari j ($j = 0, 1, 2, \dots$) üçün $s_j(A) = \inf_{\dim K = j} \|A - K\|$ (2) düsturu operator- funksiyaların məxsusi və qoşma elementlərinin tamlıq və bazislik məsələlərinin müəyyən olunmasında mühüm rol oynayır. Bir çox hallarda (2) düsturu (1) şəkilində verilmiş ilkin tərifdən daha əlverişli hesab olunur. Buna görə də (2) düsturu s – ədədlərinin yeni, ekvivalent tərfi kimi qəbul edilir.

Fərz edək ki, A^m operatoru müəyyən m . natural ədədi üçün kompakt operatorudur.

s – ədədləri üçün aşağıdakı bir neçə nəticəni qeyd edək:

Nəticə 1. Əgər B istənilən k – ölçülü operator dursa, onda

$$s_{n+k}(A) = s_n(A + B) = s_{n-k}(A)$$

doğrudur.

Bu nəticənin isbatı kompakt operatorlar halında olduğu kimi aparılır.

Nəticə 2. Tutaq ki, A -normal operatorudur və A^m natural ədədi üçün kompakt operatorudur.

Əgər

$$\sum_{j=0}^{\infty} |\lambda_j^p(A^m)| < \infty \quad (p > 0),$$

Onda

$$\sum_{j=0}^{\infty} s_j^{mp}(A) < \infty.$$

İsbatı. Verilmiş şərtə görə A^m operatoru kompaktdır. Bu səbəbdən də A operatorunun spektri limiti sıfıra bərabər olan məxsusi qiymətlərdən ibarətdir.

Tərifə görə

$$|\lambda_j(A^m)| = |\lambda_j^m(A)| = s_j^m(A).$$

Bu eynilikdən nəticənin isbatı alınır.

Nəticə 3. Tutaq ki, A^m operatoru müəyyən m natural ədədi üçün kompakt operatorudur.

Onda

$$\sum_{j=0}^{\infty} s_j^{p/m}(A^m) = \sum_{j=0}^{\infty} s_j^p(A) \quad (k = 1, 2, \dots).$$

doğrudur.

Nəticənin isbatı

$$s_j(AK) \leq \|K\| s_j(A)$$

bərabərsizliyindən və A operatorunun spektral xassələrindən alınır.

Qeyd edək ki, burada K – istənilən xətti məhdud operatorudur.

Nəticə 4. Tutaq ki, A^m operatoru müəyyən m natural ədədi üçün skalyar tipli kompakt spektral operatorudur.

Əgər

$$\sum_{j=0}^p s_j^p(A^m) < \infty,$$

Onda alırıq:

$$\sum_{j=0}^{mp} s_j^{mp}(A) < \infty.$$

Nəticə 5. Tutaq ki, A^m operatoru müəyyən m müəyyən natural ədədi üçün kompakt operatorudur. Onda aşağıdakı bərabərsizliklər doğrudur:

$$\sum_{j=1}^k |\lambda_j(A)|^p \leq \sum_{j=1}^k s_j^p(A) \quad (p > 0; k = 1, 2, \dots)$$

$$\sum_{j=1}^k (1 + r |\lambda_j(A)|) \leq \sum_{j=1}^k (1 + r s_j(A)) \quad (r > 0; k = 1, 2, \dots).$$

Nəticə 6. Tutaq ki, A^m operatoru müəyyən m natural ədədi üçün kompakt operatorudur və $p > 0$

$$s_n(A) = O(n^{-\frac{1}{p}}) \quad (n \rightarrow \infty)$$

(3)

$$s_n(A) = o(n^{-\frac{1}{p}}) \quad (n \rightarrow \infty)$$

Onda əgər A^m operatoru sonsuz sayda məxsusi qiymətlərə malikdir. Bu halda (3) halında

$$\lambda_n(A) = O\left(n^{-\frac{1}{p}}\right) \quad (n \rightarrow \infty)$$

$$\lambda_n(A) = o\left(n^{-\frac{1}{p}}\right) \quad (n \rightarrow \infty)$$

olar.

Ədəbiyyat

1. Дж.Э. Аллахвердиев О скорости приближения вполне непрерывных операторов конечномерными операторами. Уч. зап. Азерб.Университета, 1957.
2. И.Ц. Гохберг и М.Г. Крейн Введение в теорию линейных несамосопряженных операторов в гильбертовом пространстве. М, 1965.
3. Х.С. Масимова Исследование вопросы полноты и базисности одного класса операторных пучков. Канд.диссерт., Баку, 2003.

λ -DAN ANALİTİK ASILI OLAN OPERATOR FUNKSİYALARIN REZOLVENTİ HAQQINDA

Məsimova Hicran Sabir qızı

Bakı Dövlət Universiteti

functional analiz@mail.ru

Tutaq ki, $\mathbb{C}$ -kompleks müstəvinin G oblastında λ -dan analitik asılı $A(\lambda)$ operator-funksiya verilmişdir. Belə ki, bu operator hər bir $\lambda \in G$ üçün xətti məhdud operatorudur. $A(\lambda)$ operator-funksiyanın rezolventi

$$\rho(A(\lambda)) = \{\lambda : \lambda \in \mathbb{C}, [I - A(\lambda)]^{-1} \text{ mövcuddur}\}$$

mövcuddur və məhdud çoxluqdur.

Spektr isə $\sigma(A(\lambda)) = \mathbb{C} \setminus \rho(A(\lambda))$ çoxluğudur. Burada I X -da vahid operatorudur.

Tutaq ki, $G \subset \mathbb{C}$ oblastında λ -dan analitik asılı olan $A(\lambda)$ operator- funksiyası verilmişdir və hər bir $\lambda \in G$ üçün qapalı operatorudur. Bundan başqa δ çoxluğu

$\sigma(A(\lambda))$ spektrinin induksiya olunmuş topologiyasında həm açıq həm də qapalıdır. $\Gamma \cap \rho(A(\lambda))$ konturu $A(\lambda)$ -ya nəzərən məqbul adlanır. Əgər o müsbət istiqamətləndirilmiş sonlu sayda qapalı Jordan ayrılarının birləşməsindən ibarətdirsə, Γ -nin məhdudlaşdırdığı oblast δ -nin bütün nöqtələrini öz daxilində saxlayırsa, bucaq $\sigma(A(\lambda)) \setminus \delta$ çoxluğundan heç bir nöqtəni daxil etmirsə.

Teorem 1. [1] $A(\lambda)$ G oblastında λ -dan analitik asılı, X -Banax fəzasında təsir edən operator-funksiyadır. $A^k(\lambda)$ – müəyyən k natural ədədi və hər bir $\lambda \in G$ üçün kompakt operatorudur.

Onda

a) heç bir $\lambda \in G$ üçün $[I - A(\lambda)]^{-1}$ mövcud deyil, ya da

b) $\lambda \in G$ üçün $[I - A(\lambda)]^{-1}$ mövcuddur, ancaq izolə edilmiş nöqtələr çoxluğundan başqa.

Onda bu funksiya λ -dan asılı meromorf funksiya.

Tutaq ki,

$$A(\lambda) = \sum_{i=1}^m (\lambda - a)^{-i} A_i + B(\lambda) \quad (1)$$

operator-funksiyası H -Hilbert fəzasında təsir edir. $B(\lambda)$ a nöqtəsinin müəyyən G_a ətrafında məxsusiyyətə malik deyil. Onda aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem 2. Tutaq ki, $A^k(\lambda)$ – operatoru müəyyən k natural ədədi və a nöqtəsinin müəyyən G_a ətrafında yerləşən hər bir λ üçün kompakt operatorudur.

$$A(\lambda) = \sum_{i=1}^m (\lambda - a)^{-i} A_i + B(\lambda).$$

Əgər A_i operatorları sonluölçülüdürsə [2] və heç olmasa bir $\lambda \in G_a$ nöqtəsi var ki, $[I - A(\lambda)]^{-1}$ mövcud olsun. Onda bütün G_a -da (izolə olunmuş nöqtələrdən başqa) $[I - A(\lambda)]^{-1}$ operatoru mövcuddur və o G_a -da meromorf funksiya. Belə ki, hər bir polyus nöqtəsi ətrafında $[I - A(\lambda)]^{-1}$ ayrılışının baş hissəsi sonlu ölçülü operatorudur. Bu teoremin isbatı C.E.Allahverdiyevin [1]-də verilmiş metodunun bu hala uyğunlaşdırılmış variantını

$$I - A^k(\lambda) = [I - A(\lambda)][I + A(\lambda) + A^2(\lambda) + \dots + A^{k-1}(\lambda)] \quad (2)$$

istifadə etməklə aparılır.

Teorem 3. Tutaq ki,

$$A(\lambda) = \sum_{k=1}^n \frac{A_k}{\lambda^k} + A_0(\lambda)$$

operator- funksiyadır. Burada A_k kompakt operatorlardır. $A_0(\lambda)$ müəyyən tərtibdən sıfırın ətrafında λ -dan analitik asılı olan operator- funksiyadır.

Sıfırın $[I - A(\lambda)]^{-1}$ üçün requlyar nöqtə və ya sonlu ölçülü polyus olması üçün zəruri və kafi şərt A_k -ların hamısının sonlu ölçülü operator olmasıdır.

İsbatı. Fərz edək ki, $A_0^p(\lambda)$ kompakt operator -funksiyadır. Burada p – müəyyən natural ədəddir.

Onda

$$[I - A(\lambda)]^{-1} = [I + A(\lambda) + \dots + A^{p-1}(\lambda)][I - A^p(\lambda)]^{-1}$$

alırıq.

Kafilik teorem 2-dən alınır.

Ədəbiyyat

1. Дж.Э.Аллахвердиев, А.М.Ахмедов Об одном классе обобщенных спектральных операторов. Инст.КиБ.АН Азерб.ССР, Рук.деп.ВИНИТИ, 1.12.1986
2. Х.С.Масимова Исследование вопросы полноты и базисности одного класса операторных пучков. Канд.диссерт., Баку, 2003.

RIYAZİYYATIN TƏDRİSİNDƏ MƏNTİQİ MƏSƏLƏLƏRİN ROLU VƏ EFFEKTİVLİYİ

Məmmədova Kəmalə Mirabbas qızı

Bakı Qızlar Universiteti

Kama.mamedova.88@inbox.ru

Riyaziyyatın tədrisində məntiqi məsələlər yalnız əlavə tapşırıq deyil, bütövlükdə təlim prosesinin keyfiyyətini artıran əsas vasitələrdən biri kimi çıxış edir. Müasir kurikulum yanaşmasına görə şagird yalnız hazır bilikləri mənimsəməməli, həm də müstəqil düşünməyi, nəticə çıxarmağı və problem həll etməyi bacarmalıdır. Bu baxımdan məntiqi məsələlər dərsin bütün mərhələlərində sistemli şəkildə tətbiq olunduqda daha yüksək effektivlik verir.

İlk olaraq, motivasiya mərhələsində məntiqi məsələlərin rolu xüsusilə böyükdür. Dərsin əvvəlində verilən maraqlı və qeyri-standart bir sual şagirdlərin

diqqətini dərəcəyə cəlb edir və onlarda “fikirləşmək ehtiyacı” yaradır. Məsələn, ibtidai sinif dərslərində tez-tez belə bir tapşırıq verilir: “Bir otaqda 3 pişik var. Hər pişik qarşısında 2 pişik görünür. Otaqda neçə pişik var?” Şagirdlər əvvəlcə səhvən daha böyük ədəd deyirlər, lakin müzakirə nəticəsində cavabın 3 olduğu aydınlaşır. Bu tip tapşırıqlar dərslərin başlanğıcında şagirdləri aktiv düşünməyə sövq edir və mövzuya keçidi asanlaşdırır.

Yeni mövzunun izahı mərhələsində məntiqi məsələlər anlayışların dərk olunmasına xidmət edir. Məsələn, 4-cü sinif riyaziyyat dərslərində “ardıcillıq və qanunauyğunluq” mövzusu keçilən zaman belə bir tapşırıq istifadə olunur:

“20, 32, 44, ... ardıcillığını davam etdirin və qanunauyğunluğu izah edin.” [5, s.61]

Bu, sadəcə hesab deyil, məntiqi əlaqəni anlama tələb edir. Şagird burada ədədlərin 12 ədəd artırıldığını müəyyən edir və ümumi qaydanı formalaşdırır. Beləliklə, məntiqi məsələ, anlayışın dərinlən mənimsənilməsinə xidmət edir.

Möhkəmləndirmə mərhələsində məntiqi məsələlər biliklərin tətbiqini təmin edir. Bu mərhələdə artıq daha mürəkkəb və çoxaddımlı tapşırıqlar verilir.

Məntiqi məsələlər növ baxımından da müxtəlifdir və onların düzgün seçilməsi tədrisin effektivliyinə birbaşa təsir edir:

- Analitik məsələlər
- Kombinatorika məsələləri
- Problem yönümlü məsələlər

Müəllim bu məsələlərdən istifadə edərkən müxtəlif metod və üsullardan faydalanmalıdır. Ən effektiv yanaşmalardan biri problemlə təlim metodudur. Bu zaman müəllim hazır cavabı vermir, şagirdləri müzakirəyə cəlb edir, istiqamətləndirici suallar verir və nəticəyə onların özlərinin gəlməsini təmin edir [4, s.153]. Qrup işi də bu sahədə olduqca effektivdir; şagirdlər birlikdə müzakirə apararaq fərqli yanaşmaları müqayisə edirlər.

Bundan əlavə, məntiqi məsələlər dərslərdə interaktivliyi artırır. Şagirdlər yalnız dinləyici deyil, aktiv iştirakçıya çevrilir. Onlar fikir bildirir, səhv edir, düzəldir və nəticədə öyrənmə prosesi daha dərin və yadda qalan olur.

Riyaziyyatın tədrisində məntiqi məsələlər yalnız biliklərin yoxlanılması vasitəsi deyil, həm də şagirdlərin intellektual inkişafını təmin edən əsas mexanizmlərdən biridir. Müasir təhsil yanaşmalarında əsas məqsəd şagirdə hazır qaydaları öyrətmək deyil, onun düşünmə prosesini inkişaf etdirmək olduğuna görə məntiqi məsələlər bu baxımdan xüsusi əhəmiyyət daşıyır.

İlk növbədə, məntiqi məsələlər şagirdlərdə analitik düşünmə qabiliyyətini formalaşdırır. Analitik düşünmə, məlumatları hissələrə bölmək, onların arasındakı

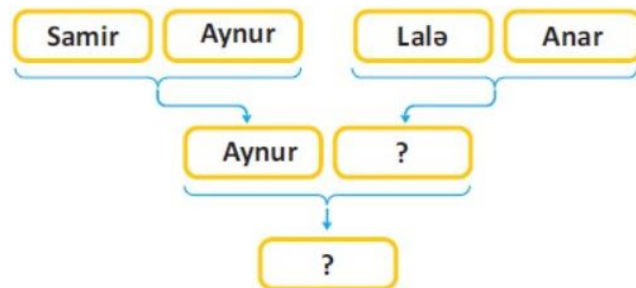
əlaqəni müəyyən etmək və nəticəyə gəlmək bacarığıdır. Məsələn, orta məktəb dərslərlərində verilən belə bir tapşırıq bu bacarığı inkişaf etdirir:

“İdman dərslərində müəllim şagirdləri hər birində 7 şagird olmaqla komandalara böldü. 2 futbol və 2 həndbol komandası alındı. Sınıfdə neçə şagird var?” [5, s.59]

Bu məsələnin həlli zamanı şagird əvvəlcə verilənləri təhlil edir, sonra münasibət qurur və nəticə çıxarır. Bu proses sadə hesablamadan fərqli olaraq, düşünmə mərhələlərinin olmasını tələb edir.

Məntiqi məsələlər həmçinin, problem həll etmə bacarıqlarını inkişaf etdirir. Belə məsələlərdə şagird hazır alqoritmədən istifadə edə bilmir, o, problemi başa düşməli, plan qurmali və uyğun strategiya seçməlidir. Məsələn:

“Samir, Aynur, Lalə və Anar öz aralarında şahmat yarışi təşkil etdilər. Şərtə görə, uduzan oyunçu yarışi tərək etməli idi. Samir ilk oyunda Aynura uduzub yarışdan çıxdı. Lalə bir oyunu uddu, birini isə uduzdu. Yarışın qalibi kim oldu?” [5, s.30]



Mənbə: IV sinif riyaziyyat dərsliyi I hissə

Bu tip məsələlərdə şagird yalnız hesab aparmır, həm də prosesləri müqayisə edir və ümumi həll yolunu qurur.

Məntiqi məsələlərin təsiri yalnız idrak bacarıqları ilə məhdudlaşmır. Onlar şagirdlərin riyaziyyata münasibətini də müsbət istiqamətdə dəyişir. Ənənəvi hesablamalara əsaslanan dərslər bəzən şagirdlərdə maraqsızlıq yarada bilər, lakin maraqlı və düşündürücü məntiqi tapşırıqlar dərsləri daha cəlbedici edir. Təcrübədə müşahidə olunur ki, belə tapşırıqlar verilən siniflərdə şagirdlər dərslərdə daha fəal iştirak edir, suallar verir və müzakirələrə qoşulurlar.

Ədəbiyyat

3. Eyyubov R., Soltanova V., Əşirova H. Məntiq və onun tətbiq dairələri. Elmi iş jurnalı 18(12). Bakı, 2024. S.20-27
4. Eyyubov R., Əkbərova G. və b. Məsələ həlli və onun növləri. Elmi iş jurnalı 16(10). Bakı, 2022. S. 137-144.
5. Hacızadə N.D. Kombinatorika məsələləri və onların növləri. Scientific News of Academy of Physical Education and Sport 3(1), 2021. S.114-116

6. Zeynalova D. Riyaziyyat dərslərində problemlə təlim metodunun tətbiqi imkanları. ARTİ elmi əsərləri 86(1). Bakı, 2019. S. 152-155
7. İsayev Z., Məhərrəmov M. Hüseynzadə G., Abdullayeva S., Qasımova X. IV sinif riyaziyyat dərsləri, I hissə. Bakı, 2023.

İKİ TƏRTİBLİ PARABOLİK TƏNLİK ÜÇÜN BİR QEYRİ-KLASSİK SƏRHƏD ŞƏRTLİ MƏSƏLƏ

Mərdanov Misir Cumayıl oğlu, Məmmədova Aytac Süleyman qızı

Bakı Dövlət Universiteti

misirmardanov@yahoo.com, aytacmmmdovaa77@gmail.com

[1]-[3] işlərindən məlumdur ki, tənliyə daxil olan yüksək tərtibli törəmə həm də sərhəd şərtinə daxildir. Belə sərhəd məsələləri qeyri-klassik sərhəd şərtlili məsələlər adlanır. Bu məsələlər həm praktiki, həm də nəzəri əhəmiyyətə malikdir. Xüsusi törəməli diferensial tənliklər üçün sərhəd məsələləri diferensial tənliklər nəzəriyyəsində geniş tədqiq olunur.

Tutaq ki, $D_T = \{(x, t) : 0 < x < 1, 0 < t < T\}$ oblastı verilmişdir. Bu oblastda

$$c(t)u_t(x, t) - u_{xx}(x, t) + p(t)u(x, t) = f(x, t) \quad (1)$$

tənliyinə baxaq. Fərz edək ki, bu tənliyin həlli

$$u(x, 0) = \varphi(x) \quad (0 \leq x \leq 1) \quad (2)$$

başlangıç şərtini,

$$u(0, t) = 0 \quad (0 \leq t \leq T) \quad (3)$$

Dirixle şərtini və

$$u_x(1, t) + bu_{xx}(1, t) = 0 \quad (0 \leq t \leq T) \quad (4)$$

qeyri-klassik sərhəd şərtini ödəyir, burada $b > 0$ – verilmiş ədəd, $0 < c(t)$, $0 \leq p(t)$, $\varphi(x)$, $f(x, t)$ – verilmiş funksiyalar, $u(x, t)$ isə axtarılan funksiyadır.

Adi sərhəd şərtindən fərqli olaraq, tənliyə daxil olan yüksək tərtibli törəmənin qiymətindəki $u_{xx}(1, t)$ ifadəsi həm də (4) sərhəd şərtinə daxil olduğu üçün bu sərhəd şərti qeyri - klassik sərhəd şərti adlanır.

Tərif. (1)-(4) məsələsinin klassik həlli elə $u(x, t) \in C^{2,1}(\bar{D}_T)$ funksiyasına deyilir ki, bu funksiya (1) tənliyini D_T oblastında, (2) şərtini $[0, 1]$ parçasında, (3), (4) şərtlərini isə $[0, T]$ parçasında adi mənada ödəyir.

Həllin yeganəliyi haqqında aşağıdakı teoremlər isbat olunur.

Teoremlər 1. Fərz edək ki, $0 < c(t) \in C[0, T]$, $0 \leq p(t) \in C[0, T]$ şərtləri ödənilir. Onda (1)-(4) məsələsinin klassik həlli varsa, o yeganədir.

(1)-(4) məsələsini həllinin varlığını göstərmək üçün aşağıdakı spektral məsələyə baxaq [4]:

$$\begin{aligned} y''(x) + \lambda y(x) &= 0 \quad (0 \leq x \leq 1), \\ y(0) &= 0, \quad y'(1) = b\lambda y(1), \quad b > 0. \end{aligned}$$

[4] işindən məlumdur ki, bu məsələnin məxsusi funksiyaları $y_k(x) = \sqrt{2} \sin(\sqrt{\lambda_k} x)$, $k = 0, 1, 2, \dots$, şəklindədir. Burada λ_k məxsusi ədədləri müsbətdir və $\operatorname{ctg} \sqrt{\lambda} = b\sqrt{\lambda}$ tənliyinin kökləridir. İxtiyari məxsusi ədədi λ_0 , ona uyğun məxsusi funksiyanı $y_0(x)$ ilə işarə edək. Qalan məxsusi ədədləri artma sırası ilə nömrələyək.

Aşağıdakı teorem və lemma doğrudur:

Teorem 2 [4]. $\{y_k(x)\}$, $k = 1, 2, 3, \dots$, sistemi $L_2(0,1)$ fəzasında Riss bazisi əmələ gətirir.

Lemma 1 [4]. $\{y_k(x)\}$, $k = 1, 2, 3, \dots$, sisteminə $\{z_k(x)\}$ qoşma biortoqonal sistem

$$z_k(x) = \frac{\sqrt{2} \sin(\sqrt{\lambda_k} x) - \frac{\sin \sqrt{\lambda_k} \sin(\sqrt{\lambda_0} x)}{\sin \sqrt{\lambda_0}}}{1 + b \sin^2 \sqrt{\lambda_k}}$$

bu düsturla təyin olunur.

Tutaq ki, (1)-(4) məsələsinin verilənləri aşağıdakı şərtləri ödəyir:

1) $\varphi(x) \in C^2[0,1]$, $\varphi(x) \in L_2(0,1)$, $\varphi(0) = 0$,

$$\varphi(1) + \frac{1}{b \sin \sqrt{\lambda_0}} \int_0^1 \varphi(x) \sin(\sqrt{\lambda_0} x) dx = 0, \quad \varphi'(0) = 0, \quad b\varphi'(1) + \varphi(1) = 0.$$

2) $f(x,t), f_x(x,t), f_{xx}(x,t) \in C(D_T)$, $f_{xxx}(x,t) \in L_2(D_T)$, $f(0,t) = 0$,

$$f(1,t) + \frac{1}{b \sin \sqrt{\lambda_0}} \int_0^1 f(x,t) \sin(\sqrt{\lambda_0} x) dx = 0, \quad f_{xx}(0,t) = 0,$$

$$bf_{xx}(1,t) + f_x(1,t) = 0. \quad (0 \leq t \leq T)$$

3) $0 < c(t) \in C[0,T]$, $0 \leq p(t) \in C[0,T]$

Həllin varlığı haqqında aşağıdakı teorem isbat olunur.

Teorem 3. Tutaq ki 1) – 3) şərtləri ödənilir. Onda

$$u(x,t) = \sum_{k=1}^{\infty} \varphi_k e^{-\int_0^t (\lambda_k + p(s)) ds / c(s)} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{f_k(\tau)}{c(\tau)} e^{-\int_{\tau}^t (\lambda_k + p(s)) ds / c(s)} d\tau y_k(x)$$

funksiyası (1)-(4) məsələsinin həllidir, burada

$$f_k(t) = \int_0^1 f(x,t) z_k(x) dx, \varphi_k = \int_0^1 \varphi(x) z_k(x) dx \quad (k=1,2,\dots).$$

Ədəbiyyat

1. Tikhonov A.N., Samarskii A.A. Equations of Mathematical Physics. Moscow, 1972.
2. Vladimirov V.S. Collection of problems on equations of mathematical physics. Moscow, 1982.
3. Shatkov A.G. System-structural analysis of the heat transfer process and its application. Moscow, 1983.
4. Капустин Н.Ю., Моисеев Е.И. О спектральных задачах со спектральным параметром в граничном условии // Дифференциальные уравнения. 1997, т.33, №, с.115-119.

5-TƏRTİBLİ NİLPOTENT CƏBR ÜZƏRİNDƏ HOLOMORF FUNKSİYALAR

Mirzəzadə Nuranə Elnur qızı, Qurbanova Nərminə Elşən qızı

Bakı Dövlət Universiteti

nuranemirzzad19@gmail.com, qurbanova.nermine.97@mail.ru

Fərz edək ki, kanonik bazisi ilə birlikdə 5-tərtibli nilpotent cəbrdir. olaraq $R(\varepsilon^4)$ – in requlyar təsvirini işarə edək. [2] olmasından alınır ki, (5×5) – ölçülü matrisləri aşağıdakı kimidir:

$$C_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, C_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, C_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$C_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, C_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Fərz edək ki,

$$z = x^1 + \varepsilon x^2 + \varepsilon^2 x^3 + \varepsilon^3 x^4 + \varepsilon^4 x^5, \\ w(z) = y^1(x^1, x^2, x^3, x^4, x^5) + \varepsilon y^2(x^1, x^2, x^3, x^4, x^5) + \varepsilon^2 y^3(x^1, x^2, x^3, x^4, x^5) + \\ + \varepsilon^3 y^4(x^1, x^2, x^3, x^4, x^5) + \varepsilon^4 y^5(x^1, x^2, x^3, x^4, x^5).$$

Bu halda funksiyanın $\mathfrak{U}$ –holomorf olması üçün aşağıdakı bərabərliklərlə ifadə olunan ümumiləşdirilmiş Koşi-Riman şərtləri ödənilməlidir: [1]

$$C_{im}^k \frac{\partial y^m}{\partial x^j} = \frac{\partial y^k}{\partial x^m} C_{ij}^m.$$

Bu münasibətlərdən istifadə etməklə aşağıdakı sistem əldə edilir:

$$\frac{\partial y^1}{\partial x^1} = \frac{\partial y^2}{\partial x^2} = \frac{\partial y^3}{\partial x^3} = \frac{\partial y^4}{\partial x^4} = \frac{\partial y^5}{\partial x^5}, \\ \frac{\partial y^1}{\partial x^2} = \frac{\partial y^1}{\partial x^3} = \frac{\partial y^1}{\partial x^4} = \frac{\partial y^1}{\partial x^5} = \frac{\partial y^2}{\partial x^3} = \frac{\partial y^2}{\partial x^4} = \frac{\partial y^2}{\partial x^5} = \frac{\partial y^3}{\partial x^4} = \frac{\partial y^3}{\partial x^5} = \frac{\partial y^4}{\partial x^5} = 0, \\ \frac{\partial y^2}{\partial x^1} = \frac{\partial y^3}{\partial x^2} = \frac{\partial y^4}{\partial x^3} = \frac{\partial y^5}{\partial x^4}, \frac{\partial y^3}{\partial x^1} = \frac{\partial y^4}{\partial x^2} = \frac{\partial y^5}{\partial x^3}, \frac{\partial y^4}{\partial x^1} = \frac{\partial y^5}{\partial x^2}.$$

Bu sistemin həlli nəticəsində funksiya aşağıdakı kimi ifadə olunur:

$$y^1 = y^1(x^1), \\ y^2 = x^2 \frac{dy^1}{dx^1} + G_1(x^1), \\ y^3 = x^3 \frac{dy^1}{dx^1} + \frac{1}{2} (x^2)^2 \frac{d^2 y^1}{(dx^1)^2} + x^2 \frac{dG_1}{dx^1} + G_2(x^1), \\ y^4 = x^4 \frac{dy^1}{dx^1} + x^2 x^3 \frac{d^2 y^1}{(dx^1)^2} + \frac{1}{6} (x^2)^3 \frac{d^3 y^1}{(dx^1)^3} + \frac{1}{2} (x^2)^2 \frac{d^2 G_1}{(dx^1)^2} + x^3 \frac{dG_1}{dx^1} + \\ + x^2 \frac{dG_2}{dx^1} + G_3(x^1), \\ y^5 = x^5 \frac{dy^1}{dx^1} + x^2 x^4 \frac{d^2 y^1}{(dx^1)^2} + \frac{1}{24} (x^2)^4 \frac{d^4 y^1}{(dx^1)^4} + \frac{1}{2} (x^3)^2 \frac{d^2 y^1}{(dx^1)^2} + \\ + \frac{1}{2} (x^2)^2 x^3 \frac{d^3 y^1}{(dx^1)^3} + \frac{1}{6} (x^2)^3 \frac{d^3 G_1}{(dx^1)^3} + \frac{1}{2} (x^2)^2 \frac{d^2 G_2}{(dx^1)^2} + x^2 x^3 \frac{d^2 G_1}{(dx^1)^2} + \\ + x^2 \frac{dG_3}{dx^1} + x^3 \frac{dG_2}{dx^1} + x^4 \frac{dG_1}{dx^1} + G_4(x^1).$$

Ədəbiyyat

1. Vishnevsky, V. V., Shirokov, A. P., Shurigin, V. V., Spaces over Algebras. Kazan University, Kazan, 1985., 265 p.
2. Salimov, A. A., Applications of Holomorphic Functions in Geometry, Springer-Verlag, Birkhäuser, Singapore, 2023., 114 p.

ÖLÇÜ TIPLI SİNGULYAR POTENSİALLI BİR SƏPİLMƏ MƏSƏLƏSİ HAQQINDA

Mustafayev Eldar Mahmud oğlu, Günəşova Pərvin Rafət qızı

Bakı Dövlət Universiteti

eldarmustafa59@gmail.com , gunesovapervin@gmail.com

Tutaq ki, $q(x)$ kompleks qiymətli ölçüsünün doğurduğu ümumiləşmiş funksiyadır, yəni

$$(q(x), \varphi) = \int_{E_3} \varphi(x) d\sigma(x)$$

Burada kompleks qiymətli hesabi additiv ölçüdür və aşağıdakı şərtlər ödənilir:

a) , $\alpha > 0$

b) integralı mövcuddur və $x \in E_3$ dəyişəninə nəzərən kəsilməzdir.

c) olduqda $x \in E_3$ dəyişəninə nəzərən müntəzəm olaraq

$$\int_{E_3} \frac{e^{-\mu|x-y|}}{|x-y|} \cdot |d\sigma(y)| \rightarrow 0$$

doğrudur.

$L_2(E_3)$ fəzasında L operatorunu aşağıdakı kimi təyin edək:

$$D(L) = , L\psi = -\Delta\psi + q\psi.$$

Aşağıdakı nəticələr alınmışdır:

Teorem 1. L operatorunun səpilmə nəzəriyyəsi məsələsinin tənliyi fəzasında limit nöqtələri $\text{Im}K = -$ xətti üzərində olan nöqtələr çoxluğu istisna olmaqla hər bir k üçün həll olunandır.

Teorem 2. a) , b) , c) şərtləri daxilində L operatorunun sonlu sayda məxsusi ədədləri və spektral xüsusiyyətləri vardır.

Ədəbiyyat

1. Лянце В.Э. О дифференциальном операторе со спектральными особенностями. Матем. сб., т. 64, № 4, 1964

2. Розанов Ю.А. Об уравнениях типа Шредингера с обобщенным потенциалом. Матем. сб., т. 127, № 4, 1985

PARAMETRİK MƏSƏLƏLƏRİN QRAFİK ÜSULLA HƏLLİ

Namazov Faiq Mirzəli oğlu, Əhmədova Çiçək Kamil qızı

Bakı Dövlət Universiteti

neikoos@yahoo.com

Məktəb riyaziyyat kursunda parametrik məsələlərin qrafik üsulla həlli analitik üsulların (tənliklər sistemi, diskriminant və s.) vizual təməli rolunu oynayır. Bu metod şagirdə imkan verir ki, o, abstrakt dəyişənlər arasındakı əlaqəni koordinat müstəvisində həndəsi obrazlar vasitəsilə dərk etsin.

Məsələlərin qrafik həlli zamanı aşağıdakı iki əsas yanaşma tətbiq olunur.

1. Fiksasiya olunmuş qrafik və hərəkət edən xətt: Bir funksiyanın qrafiki sabit qalır, digəri isə parametrdən asılı olaraq sürüşür və ya dönür.
2. Dinamik oblastların təhlili: Bərabərsizliklər halında, parametrin müxtəlif qiymətlərində həllər çoxluğunun kəsişməsinin araşdırılması.

Kvadratik funksiyanın modul daxilində interpretasiyası.

Məsələ.

$$f(x) = |x^2 - 6|x| + 5| = a$$

tənliyinin a -nın hansı qiymətlərində tam 6 fərqli kökü var?

Bu məsələ şagirddən funksiyanın qrafikini addım-addım qurmağa və simmetriya xassələrindən istifadə etməyi tələb edir.

1. Əvvəlcə $y = x^2 - 6x + 5$ parabolası nəzərdən keçirilir. Onun təpə nöqtəsi $T(3; -4)$ kökləri isə $x = 1$, $x = 5$ -dir.
2. x -in modulda olması qrafiki Y oxuna nəzərən simmetrik edir. Funksiyanın ümumi modulda olması isə X oxundan aşağıda qalan hissələri (təpə nöqtələri daxil olmaqla) yuxarı qatlayır.
3. Müstəvidə 4 “təpəsi” olan və Y oxuna nəzərən simmetrik bir qrafik yaranır. Təpə nöqtələrin koordinatları $(3, 4)$ və $(-3, 4)$.
4. $y = a$ üfiqi düz xəttini hərəkət etdiririk.
 $a = 4$ olduqda düz xətt hər 2 zirvə nöqtəsinə toxunur və yan qolları kəsir.
Nöqtələrin sayını sayaq: 2 tixunma nöqtəsi + 4 kəsişmə nöqtəsi (qollarda) = 6 kök.

Nəticə $a = 4$ olduqda tənliyin 6 kökü var.

Nümunə. Funksiyalar ailəsinin kəsişmə nöqtələrinin yeganəliyi.

Məsələ $\sqrt{x+2} = ax+1$ tənliyinin yeganə həllinin olması şərtini araşdırın.

Bu misal “artan və azalan funksiyaların kəsişməsi yeganədir” (Koşi teoreminin nəticəsi) prinsipinə əsaslanır.

1. Sabit funksiya: $y = \sqrt{x+2}$ qrafiki $(-2;0)$ nöqtəsindən başlayan və sağa doğru artan yarımparaboladır.

2. Hərəkət edən xətt:

$$y = ax + 1$$

düz xətti həmişə $(0;1)$ nöqtəsindən kəçir (çünki $x=0$ olduqda $y=1$). Burada a düz xəttin meylini təyin edir.

3. Kritik vəziyyət:

Düz xətt yarımparabolaya toxunduqda, (bu zaman törəmə və ya diskriminantla nöqtə tapılır).

4. Analitik qənaət:

Qrafik göstərir ki, müəyyən bir meyl bucağı intervalında düz xətt əyri ilə yalnız bir nöqtədə kəsişir. Bu, aşağıda tənliyi dərəcəyə yüksəltmədən cavabı görməyə imkan verir.

DİOFANT TƏNLİKLƏRİNİN ÖYRƏDİLMƏSİ METODİKASI

Namazov Faiq Mirzəli oğlu, Laçınova Aysel İlham qızı

Bakı Dövlət Universiteti

neikoos@yahoo.com

Adını qədim yunan riyaziyyatçısı Diofantdan alan dəyişənləri və əmsalları tam ədəd olan tənliyin ümumi şəkli belədir:

$$a_1x_1 + \dots + a_nx_n = b.$$

Burada, $n \geq 2$; $x_1, \dots, x_n$ yalnız tam qiymətlər alan dəyişənlər, $a_1, \dots, a_n$ sıfırdan fərqli tam əmsallar, b isə ixtiyari tam ədəddir.

Əgər sərbəst hədd $b=0$ olarsa, tənlik bircins xətti Diofant tənliyi adlanır.

Əgər $b \neq 0$ (sıfırdan fərqli tam ədəd) olarsa, tənlik bircins olmayan xətti Diofant tənliyi adlanır.

Xətti Diofant tənliyinin hər zaman həlli yoxdur (yəni tənliyi doğru bərabərliyə çevirən tam ədədlərdən ibarət nizamlanmış $(x_1, \dots, x_n)$ çoxluğu hər zaman mövcud deyil). Həllin olmaması şərti teorem 1.1-də öz əksini tapmışdır.

Teorem 1.1. Əgər $a_1, \dots, a_n$ əmsallarının ən böyük ortaq böləni (ƏBOB) b sərbəst həddinə bölünmürsə, onda,

$$a_1x_1 + \dots + a_nx_n = b$$

xətti Diofant tənliyinin tam ədədlərlə həlli yoxdur.

İsbatı. Fərz edək ki,

$$a_1x_1 + \dots + a_nx_n = b$$

xətti Diofant tənliyi verilmişdir və ƏBOB $(a_1, \dots, a_n) = d$ eyni zamanda $d \nmid b$. Bu tənliyin, bu halda həlli olmadığını isbat edək.

Əksini fərz edək. Tutaq ki, tənliyin $(x_1, \dots, x_n)$ tam ədədlərdən ibarət həlli var. Bu həlli tənlikdə yerinə yazıb,

$$a_1 = dk_1, \dots, a_n = dk_n$$

əvəzləməsini edək. Aşağıdakı bərabərliyi alırıq:

$$dk_1x_1 + \dots + dk_nx_n = b.$$

Sol tərəfdəki ifadənin hər bir toplananın d -yə bölündüyünü görürük. Buradan belə çıxır ki, bu ifadənin cəmi də d -yə bölünməlidir. Bu isə növbəsində, sərbəst hədd - b -nin də d -yə bölünməsi deməkdir. Lakin bu, teoremin şərtində verilən $d \nmid b$ (b ədədi d -yə bölünmür) şərti ilə ziddiyyət təşkil edir. Beləliklə, fərziyyəmiz səhvdir və deməli,

$$a_1x_1 + \dots + a_nx_n = b$$

tənliyi tam ədədlər çoxluğunda həll olunmayan tənlikdir (həlli yoxdur). Teorem isbat olundu.

Teorem 1.2. $a_1, \dots, a_n$ əmsallarının ən böyük ortaq böləni 1-ə bərabər olarsa

$$a_1x_1 + \dots + a_nx_n = b$$

xətti Diofant tənliyinin ən az 1 həlli var.

İsbatı. Fərz edək ki,

$$a_1x_1 + \dots + a_nx_n = b$$

xətti Diofant tənliyi verilmişdir və ƏBOB $(a_1, \dots, a_n) = 1$. Bu tənliyin ən az bir həllinin olduğunu isbat edək.

Diofant tənliyinə görə, sərbəst hədd $b \in \mathbb{Z}$. Deməli, bu tənliyin həlli yalnız o halda mövcuddur ki, $a_1x_1 + \dots + a_nx_n$ ifadəsinin aldığı qiymətlər çoxluğu (M) tam ədədlər çoxluğu ($\mathbb{Z}$) ilə üst-üstə düşsün, yəni $M = \mathbb{Z}$ olsun. Qeyd edək ki, $M \subseteq \mathbb{Z}$. Bu çoxluğun daxilindən müsbət tam ədədlər alt çoxluğunu ayıraq:

$$M^+ = \{m \in \mathbb{N} \mid a_1x_1 + \dots + a_nx_n = m\}.$$

Tutaq ki, m_1 bu çoxluğun ən kiçik elementidir. $m_1 \in M$. Onda elə $x_1, \dots, x_n$ tam ədədləri mövcuddur ki,

$$m_1 = a_1 \bar{x}_1 + \dots + a_n \bar{x}_n.$$

İsbat edək ki, ixtiyari tam qiymətlərində m ədədi m_1 -ə bölünür.

Əksini fərz edək. Tutaq ki, m ədədi m_1 -ə qalıqlı bölünür:

$$m = m_1 q + r, x_1, \dots, x_n$$

Buradan alırıq ki,

$$r = m - m_1 q = a_1 \bar{x}_1 + \dots + a_n \bar{x}_n - (a_1 \bar{x}_1 + \dots + a_n \bar{x}_n) q$$

və ya

$$r = a_1 (\bar{x}_1 - q \bar{x}_1) + \dots + a_n (\bar{x}_n - q \bar{x}_n).$$

Bu isə o deməkdir ki, $r \in M^+$. Lakin şərtədən $r < m_1$ alınır ki, bu da m_1 -in ən kiçik element olması şərti ilə ziddiyyət təşkil edir. Beləliklə, ixtiyari tam $x_1, \dots, x_n$ üçün m ədədi m_1 -ə tam bölünür.

İsbat olunmuş hökmə əsasən, m_1 ədədi $a_1, \dots, a_n$ əmsallarının ortaq bölənidir.

$$\frac{m}{m_1} = \frac{a_1 x_1 + \dots + a_n x_n}{m_1} = \frac{a_1}{m_1} x_1 + \dots + \frac{a_n}{m_1} x_n$$

$$m_1 | a_1, \dots, m_1 | a_n.$$

Şərtə görə $\text{ƏBOB}(a_1, \dots, a_n) = 1$ olduğu üçün $m_1 = 1$ olmalıdır.

Onda,

$$a_1 x_1 + \dots + a_n x_n = 1$$

tənliyi alınır. Bu tənliyin hər iki tərəfini $c \in \mathbb{Z}$ ədədinə vursaq:

$$a_1 (cx_1) + \dots + a_n (cx_n) = c.$$

Bu isə o deməkdir ki, M çoxluğu bütün tam ədədləri özündə birləşdirir $M = \mathbb{Z}$. Beləliklə,

$$a_1 x_1 + \dots + a_n x_n = b$$

tənliyinin ən azı bir tam həlli var. Teorem isbat olundu.

ŞAĞİRD LƏRİN RİYAZİ BACARIQLARININ YÜKSƏLDİLMƏSİNDƏ KOMBİNATOR TƏFƏKKÜRÜN ROLU

Namazov Faiq Mirzəli oğlu, Zeynalova Aynur Aqil qızı

Bakı Dövlət Universiteti

neikoos@yahoo.com

Müasir dövr təhsil sisteminin əsas məqsədi yalnız bilik ötürmək deyil, həmçinin şagirdlərin düşünmə bacarıqlarını inkişaf etdirməkdir. Kombinator təfəkkürün inkişafı isə bu məqsədə nail olmaq istiqamətində xüsusi rol oynayır.

Kombinatorika riyaziyyatın elə bir sahəsidir ki, burada, müəyyən qaydalara uyğun olaraq obyektlərin sayılması, düzülməsi, seçilməsi və s. öyrənilir. Bu sahə sadə görünə də, əslində şagirdlərdə dərin düşüncə, ardıcıl və sistemli yanaşma tələb edir. Şagirdlər müxtəlif məsələlər üzərində işləyərkən müxtəlif həll metodları tətbiq etməyi, mümkün versiyaları sadalamağı, qruplaşdırma və s. üsullarla müəyyən qaydalara əsasən, nəticə çıxarmağı öyrənirlər. Riyazi bacarıqların inkişafında kombinator təfəkkürün şagirdlərin məntiqi düşünmə qabiliyyətlərinə təsiri misilsizdir.

Adi hesablamalardan fərqli olaraq kombinatorial məsələlərin həlli zamanı çox vaxt birdən çox həll yolu olur. Şagirdlər isə həll üçün müxtəlif alternativ yollar axtarırlar. Fərqli üsulları sınaqdan keçirir, daha əlverişli olanı seçirlər. Nəticə etibarilə yaradıcı, tənqidi düşünmə bacarıqları formalaşır. Şagirdlərin bu cür yaxınlaşmaları təkcə riyaziyyat deyil, ümumi təhsil fəaliyyətinə müsbət təsir edir.

Bunlarla yanaşı, kombinator təfəkkür gündəlik həyat fəaliyyətində də tətbiq olunan bacarıqların formalaşmasına kömək edir. Məsələn, qərar vermə, müxtəlif variantlar arasından ən uyğun olanını seçə bilmə kimi bacarıqlar məhz kombinator düşüncə ilə sıx bağlıdır. Bu isə bunu sübut edir ki, kombinator düşüncə təkcə akademik deyil, həm də praktik əhəmiyyətə malikdir.

Tədris prosesində kombinator təfəkkürün inkişafı, həmçinin müəllimlərdən də asılıdır. Belə ki, şagirdlərə hazır düsturların verilməsi kifayət deyil. Onların sərbəst düşünməsi üçün şərait yaradılmalı, müxtəlif tipli məsələlər verməklə yanaşı, həm də müzakirələr təşkil edilməlidir. Bu zaman şagirdlər aktiv olur və öyrənmə prosesi daha səmərəli keçir.

Kombinatorika şagirdlərdə səbr və diqqət kimi keyfiyyətlərin formalaşmasına da təsirsiz ötüşmür. Bəzi məsələlərin həlli uzun və diqqətli düşünmə tələb edir ki, şagirdlər addım-addım irəliləməyi öyrənirlər.

Nəticə etibarilə deyə bilərik ki, kombinator təfəkkür şagirdlərin riyazi bacarıqlarının inkişafında əvəzsiz rol oynayır. Elə buna görə də müasir tədris prosesində kombinatorikaya xüsusi yer verilməlidir və dərslərin ayrılmaz hissəsinə çevrilməlidir.

Ədəbiyyat

1. English, L.D.- Combinatorics and the Development of Children's Mathematical Thinking.
2. Lockwood, E.A.- Model of students Combinatorial Thinking.
3. Batanero C., Godino J.D.- Combinatorial Reasoning in secondary school.

ALİ MƏKTƏBDƏ ƏDƏDİ SIRALAR NƏZƏRİYYƏSİNİN TƏDRİSİ ZAMANI YARANAN ÇƏTİNLİKLƏR VƏ ONLARIN HƏLLİ YOLLARI

Novruzəlizadə Nazilə Namiq qızı

Lənkəran Dövlət Universiteti

novruzzade.nazile@gmail.com

Ədədi sıralar nəzəriyyəsi ali riyaziyyatın fundamental bölmələrindən biridir. Bu bölmənin dərinədən mənimsənilməsi tələbələrədən yüksək abstraksiya qabiliyyəti tələb edir. Əvvəlcə ədədi sıranın və onun yığılmasının tərifini verək.

Məlumdur ki, tələbələr bu mövzuya qədər sonlu sayda ədədlərin cəminin tapılmasına aid məsələlərlə qarşılaşmışdılar. Burada isə sonlu sayda ədədlərin cəmi anlayışı sonsuz sayda toplanan üçün ümumiləşdirilib. Təcrübələr göstərir ki, tələbələr ədədi sıralar nəzəriyyəsini mənimsəyərkən bir sıra çətinliklərlə üzləşir. Belə ki, hədd, sıra, sonsuzluq, funksiya və limit anlayışlarının mahiyyətini başa düşməkdə, həmçinin sıranın yığılması və dağılması kimi anlayışların mahiyyətini dərk etməkdə çətinlik çəkirlər. Riyaziyyatın ən abstrakt anlayışlarından biri də limit anlayışıdır. Limit anlayışının qavranmasında əsas çətinlik sonsuz yaxınlaşma və keçid fikrinin qeyri müəyyən görünməsidir. Limit və sıra anlayışları sonlu proseslərdən sonsuz prosesə keçidi tələb edir. Limit anlayışı sıranın, funksiya anlayışı isə limitin əsasını təşkil edir. Buna görə də bir anlayışın zəif mənimsənilməsi digərinin başa düşülməsini çətinləşdirir. Funksiya anlayışının dərk olunması zamanı yaranan əsas çətinlik onun sadəcə bir düstur deyil, iki çoxluq arasında asılılığın olması prinsipinin dərk edilməməsidir. Sıra anlayışının qavranılmasında daha bir çətinlik sonlu və sonsuzluq arasındakı paradoksal fərqi olmasıdır. Məlumdur ki, sonsuzluq anlayış riyazi analiz kursunun mücərrəd anlayışlarından biridir və onun tərfi istifadə olunduğu sahəyə görə müxtəlif formalarda verilir. Yəni, sonsuzluq anlayışı vahid bir tərifə malik deyildir. Belə ki, tələbələrin bir çoxu sıranın sadəcə çoxlu sayda ədədin cəmindən ibarət olduğunu düşünür. Lakin əsas problem sonsuz sayda müsbət ədədin necə bir ədədə bərabər ola bilməsidir. Əgər sıranın hədləri sıfıra yaxınlaşırsa, deməli sıra da mütləq yığılır deyə düşünülür.

Qeyd olunan bu çətinliklərin aradan qaldırılması üçün ənənəvi izah metodlarından daha çox, tələbənin abstrakt təfəkkürünü vizuallaşdıran və məntiqi ardıcılığı bərpa edən yanaşma tətbiq edilməlidir.

Şəkil 1-də cəmlər ardıcılığının limitə yaxınlaşmasını göstərir. Qrafikə baxarkən tələbələr limitin sadəcə bir ədəd deyil, sonsuz yaxınlaşma prosesi olduğunu vizual şəkildə görmüş olur.

110

Nəticə. Tədqiqat işində ali məktəbdə riyaziyyat kursunda ədədi sıralar nəzəriyyəsinin tədrisi zamanı yaranan çətinliklər təhlil edilmiş və onları aradan qaldırmaq üçün metodik tövsiyyələr işlənib hazırlanmışdır. Təqdim olunan metodik yanaşmalar tələbələrdə riyazi təfəkkürün inkişafına və mövzunun daha keyfiyyətli mənimsənilməsinə xidmət edəcək.

Ədəbiyyat

1. İbrahimov İ.İ. "Sıralar nəzəriyyəsinin əsasları" Bakı, 1957.
2. Məmmədov R. H. "Ali riyaziyyat kursu" II cild. Bakı, Maarif, 1981.

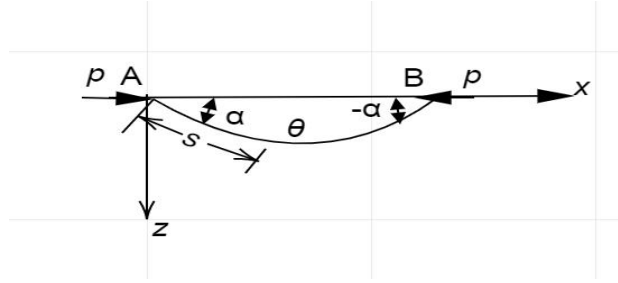
OXBOYU SIXILAN PRIZMATİK ÇUBUQLARIN QEYRI-XƏTTİ DAYANIQLIQ ANALİZİ

Pirməmmədov İlham Teymur oğlu, Şəmmədli Əkbər Şaban oğlu

Bakı Dövlət Universiteti

pirmamedov@yahoo.com, akbarshammadli@gmail.com

Uclarında .oynaqlı bağlanmış çubuqlarda sıxıcı qüvvənin təsiri altında (sıxıcı qüvvə en kəsiyin ağırlıq mərkəzində tətbiq olunur) həmən qüvvənin qiyməti böhran qiymətindən kiçik olduqda çubuq düz oxlu qalaraq yalnız sıxılmış vəziyyətdə olur ki, bu vəziyyətdə dayanıqlı vəziyyət adlanır. Kiçik qiymətli eninə qüvvənin təsirindən sonsuz kiçik həyacanlanmalar yaranan çubuqda müvazinət vəziyyətindən çıxmağa baxmayaraq çubuq düz oxlu formasına qaydır. Əgər sıxıcı qüvvə böhran qiymətindən böyük olarsa onda iki müvazinət forması yaranır və məsələnin bir qiymətli həllinin olması öz mənasını itirir. Çünki yerdəyişmə və deformasiya arasındakı münasibət qeyri xətti olur. Bu iki qiymətlilik çubuq ya 2 qiymətli qala bilir ya da əyilmiş formanı alır. Müvazinətin düz xəttli forması dayanıqsız, əyilmiş forması dayanıqlı olur. Əgər sıxıcı qüvvə böhran yükün qiymətinə bərabər olarsa, bu vəziyyət fərqsiz müvazinət adlanır. Dayanıqsız müvazinət halı üçün kiçik qüvvənin təsirindən müvazinət vəziyyətindən çıxarılmış cisimlərdə yaranan deformasiyanın artımı qüvvənin təsirini götürdükdən sonra da davam edir, yox əgər yükün kənarlaşdırılmasından sonra cismin deformasiyası dəyişməz qalırsa bu da fərqsiz müvazinət halına uyğun olur.



Tutaq ki, kiçik həyəcanlanmalar nəticəsində çubuq əyilir və onun oxu boyunca sıxıcı P qüvvəsi təsir edir. Çubuğun əyilmiş vəziyyəti elastik xətt ilə təsvir olunur. Bu halda əyilmə prosesi aşağıdakı qeyri-xətti diferensial tənliklə ifadə olunur:

$$EI \frac{d^2\theta}{ds^2} + P \sin \theta = 0$$

Burada s — çubuğun uzunluğu boyunca əyri xətt koordinatı, θ isə toxunanla ox arasındakı bucaqdır. Tənliyin integrallanması nəticəsində aşağıdakı enerji integralı alınır:

$$\frac{EI}{2} \left(\frac{d\theta}{ds} \right)^2 - P \cos \theta = C$$

Sərhəd şərtinə görə $s = 0$ -da və əyici moment sıfırdır. Buna görə integrallama sabiti:

$$C = -P \cos \alpha$$

Sadələşdirmək üçün $k^2 = \frac{P}{EI}$ işarələməsini daxil etsək, tənlik aşağıdakı formaya düşür:

$$\frac{d\theta}{ds} = -\sqrt{2}k \sqrt{\cos \theta - \cos \alpha}.$$

Bu ifadə çubuğun əyilmiş formasını müəyyən edir. Çubuğun tam uzunluğu integrallama yolu ilə tapılır: Aşağıdakı əvəzlənməni daxil etsək;

$$\sin \frac{\theta}{2} = p \sin \varphi$$

Nəticədə

$$L = \frac{2K}{k}, K = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\phi}{\sqrt{1 - p^2 \sin^2 \phi}}, p = \sin \frac{\alpha}{2}$$

alırıq.

Əyilmə kiçik olduqda ($\alpha \rightarrow 0$), məsələ sadələşir və klassik Eyler tənliyi alınır:

$$L = \pi \sqrt{\frac{EI}{P}}, P_{kr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

Bu ifadə çubuğun sabitliyini itirdiyi kritik qüvvəni göstərir. Çubuğun orta nöqtəsində maksimal əyilmə aşağıdakı kimi ifadə olunur:

$$\delta = \frac{2p}{k}$$

və yükün kritik qiymətlə nisbəti:

$$\frac{P}{P_{kr}} = \frac{4K^2}{\pi^2}$$

Nəticə olaraq maksimal əyilmənin nisbi qiyməti:

$$\frac{\delta}{L} = \frac{2p}{\pi \sqrt{\frac{P}{P_{kr}}}}$$

Cədvəldə verilənlərə nəzər yetirək;

α	20°	40°	60°	80°	100°	120°	140°	160°	176°
P/P_{kr}	1 ,015	1 ,063	1 ,152	1 ,293	1 ,518	1 ,884	2 ,541	4 ,029	9 ,116
δ/L	0 ,110	0 ,211	0 ,296	0 ,359	0 ,396	0 ,402	0 ,375	0 ,313	0 ,211
M	0 ,112	0 ,224	0 ,341	0 ,464	0 ,601	0 ,757	0 ,953	1 ,261	1 ,923

Bu cədvəldə α -nın müxtəlif qiymətləri ilə əlaqəli M momentinin ölçüsüz parametrləri verilmişdir.

$$M = \frac{P}{P_{kr}} \frac{\delta}{L} = \frac{4Kp}{\pi^2}$$

Ədəbiyyat

1. Timoshenko S.P., Goodier J.N. Theory of Elasticity (3rd ed.). McGraw-Hill, New York, 1970, 567 s.
2. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов. М., -1990
3. Безухов Н.И. Основы теории упругости, пластичности. М., - 1961
4. Пономарев С.Д. и др. Расчеты на прочность в машиностроении, М., -1958

MÜXTƏLİF GƏRGİN LİK VƏZİYYƏTLƏRİNDƏ OLAN MATERIALLAR ÜÇÜN UZUNMÜDDƏTLİ MÖHKƏMLİK MƏSƏLƏLƏRİNİN RİYAZİ MODELLEŞDİRİLMƏSİ

Piriyev Sahib Aydın oğlu, Şahməmmədov Nemət Əkrəm oğlu

Bakı Dövlət Universiteti

sahib.piriyev@aztu.edu.az, sahmammedovnem4@gmail.com

Zədələnmənin skalyar parametri yalnız sadə gərginlik vəziyyəti üçün əlverişli hesab olunur. Aydın məsələdir ki, zədələnmə prosesinin yığılmasını müəyyən edən defektlər (boşluqlar, mikroməsələlər, mikroçatlar), onları yaradan yüklərlə müəyyən edilir. Məlum olduğu kimi, yaranmış mikroçatlar adətən ən böyük baş gərginliyə perpendikulyar istiqamətdə inkişaf edir. Bu mikroçatların böyüməsi, polikristallarda zərrəciklərarası əlaqələrin məhv olmasına gətirib çıxarır ki, bu da nəticədə dağılmanın baş verməsinə səbəb olur. Bu tip dağılmaları təsvir etmək üçün, skalyar zədələnmə parametrindən istifadə etməklə kifayət etmir. Ona görə də belə hallarda materialların dağılmasını dəqiq ifadə etmək üçün zədələnmənin vektor və ya tenzor anlayışlarından istifadə edilir. Mürəkkəb gərginlik vəziyyətində defektlərin toplanması sürəti ω hər bir müstəvidə təsir edən normal gərginlikdən asılıdır. Belə vəziyyətdə ixtiyari istiqamətdə ω parametri özünün həddi qiymətinə çatdığı anda lokal dağılma, dağılma cəbhəsi genişlənərək cisimdən keçdikdən sonra isə tam dağılma baş verir.

Mürəkkəb gərginlik vəziyyəti üçün zədələnmənin vektor parametri,

$$\varpi = \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2}, \quad (1)$$

şəklində qəbul edilir. Burada ω_i parametrləri σ_i ($i=1,2,3$) baş gərginlikləri ilə asılılıqları növbəti şəkildə ifadə edilir:

$$\frac{d\omega_i}{dt} = \begin{cases} f(\sigma_i, \omega_i), & \sigma_i > 0, \\ 0, & \sigma_i = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Bu asılılıqlar sürüngəçlik prosesində, baş gərginliklər istiqamətində zədələnmə vektorunun proyeksiyalarını ifadə edir. Zədələnmə vektoru $\varpi(0)=0, \varpi(t^*)=1$ şərtlərini ödəməlidir.

Zədələnmənin vektorial parametri anlayışından istifadə edərək, mürəkkəb gərginlik vəziyyətində olan irsi tip materialdan hazırlanmış cismin uzunmüddətli dağılması məsələsinə baxaq. Fərz edək ki, mürəkkəb gərginlik vəziyyətində olan prizmatik cisim verilmişdir. Həmin cisim üzlərinin sahələri A_1, A_2, A_3 və hər bir üzə təsir edən normal gərginlik, uyğun olaraq σ_1, σ_2 və σ_3 ($\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$) olsun. Onda,

hər bir üzə təsir edən normal gərginliyin dəyişmə qanununu növbəti şəkildə yazı bilərik:

$$\tilde{\sigma}_1(t) = \frac{\sigma_1}{1 - \omega_1(t)}; \tilde{\sigma}_2(t) = \frac{\sigma_2}{1 - \omega_2(t)}; \tilde{\sigma}_3(t) = \frac{\sigma_3}{1 - \omega_3(t)} \quad (3)$$

İrsi tip mühitlər üçün ümumiləşmiş Huk qanununu yazıaq:

$$\begin{aligned} \tilde{\varepsilon}_1 &= \frac{1}{E^*} \tilde{\sigma}_1 - \frac{\nu^*}{E^*} (\tilde{\sigma}_2 + \tilde{\sigma}_3), \\ \tilde{\varepsilon}_2 &= \frac{1}{E^*} \tilde{\sigma}_2 - \frac{\nu^*}{E^*} (\tilde{\sigma}_1 + \tilde{\sigma}_3), \\ \tilde{\varepsilon}_3 &= \frac{1}{E^*} \tilde{\sigma}_3 - \frac{\nu^*}{E^*} (\tilde{\sigma}_1 + \tilde{\sigma}_2). \end{aligned} \quad (4)$$

(4) tənliklər sisteminə daxil olan material sabitlərinin operator forması növbəti şəkildə olacaq [1, 2]:

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1}{E} (1 + B^*), \quad \frac{\nu^*}{E^*} = \frac{\nu}{E} (1 + B^*) \quad (5)$$

Burada, E və ν uyğun olaraq, materialın elastiklik modulu və Poasson əmsalıdır.

(5)-münasibətlərini (4)-də yazdıqdan sonra, möhkəmlik şərtlərindən istifadə etməklə, hər bir istiqamət üçün möhkəmlik kriteriyalarını növbəti şəkildə yazıaq:

$$\begin{aligned} (1 + B^0) [\tilde{\sigma}_1 - \nu(\tilde{\sigma}_2 + \tilde{\sigma}_3)] &= \frac{[\sigma]}{1 - \omega_1(t)}, \\ (1 + B^0) [\tilde{\sigma}_2 - \nu(\tilde{\sigma}_1 + \tilde{\sigma}_3)] &= \frac{[\sigma]}{1 - \omega_2(t)}, \\ (1 + B^0) [\tilde{\sigma}_3 - \nu(\tilde{\sigma}_1 + \tilde{\sigma}_2)] &= \frac{[\sigma]}{1 - \omega_3(t)}. \end{aligned} \quad (6)$$

(3) – ü, (6) – da yazıb sürüngəçlik operatorun nüvəsinin sabit olduğu hal üçün, (6) tənliklə sisteminə daxil olan hər bir tənliyi t – yə görə differensiallasıaq, zədələnmə vektorunun proyeksiyalarının daxil olduğu növbəti tənliklər sistemini alırıq:

$$\begin{aligned} \frac{1 - g_1^{(1)}}{(1 - \omega_1)^2} \frac{d\omega_1}{dt} - \nu \frac{g_1^{(2)}}{(1 - \omega_2)^2} \frac{d\omega_2}{dt} + \frac{g_1^{(2)}}{(1 - \omega_3)^2} \frac{d\omega_3}{dt} &= \nu \frac{g_1^{(2)}}{1 - \omega_2} + \frac{g_1^{(2)}}{1 - \omega_3} - \frac{1}{1 - \omega_1}, \\ \frac{1 - g_2^{(2)}}{(1 - \omega_1)^2} \frac{d\omega_2}{dt} - \nu \frac{g_2^{(1)}}{(1 - \omega_1)^2} \frac{d\omega_1}{dt} + \frac{g_2^{(3)}}{(1 - \omega_3)^2} \frac{d\omega_3}{dt} &= \nu \frac{g_2^{(1)}}{1 - \omega_1} + \frac{g_2^{(3)}}{1 - \omega_3} - \frac{1}{1 - \omega_2}, \\ \frac{1 - g_3^{(3)}}{(1 - \omega_3)^2} \frac{d\omega_3}{dt} - \nu \frac{g_3^{(1)}}{(1 - \omega_1)^2} \frac{d\omega_1}{dt} + \frac{g_3^{(2)}}{(1 - \omega_2)^2} \frac{d\omega_2}{dt} &= \nu \frac{g_3^{(2)}}{1 - \omega_1} + \frac{g_3^{(2)}}{1 - \omega_2} - \frac{1}{1 - \omega_3}. \end{aligned}$$

Burada,

$$g_1^{(1)} = \frac{[\sigma]}{\sigma_1}; g_1^{(2)} = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}; g_1^{(3)} = \frac{\sigma_3}{\sigma_1};$$

$$g_2^{(2)} = \frac{[\sigma]}{\sigma_2}; g_2^{(1)} = \frac{\sigma_1}{\sigma_2}; g_2^{(3)} = \frac{\sigma_3}{\sigma_2};$$

$$g_3^{(3)} = \frac{[\sigma]}{\sigma_3}; g_3^{(1)} = \frac{\sigma_1}{\sigma_3}; g_3^{(2)} = \frac{\sigma_2}{\sigma_3};$$

şəklində daxil edilmiş işarələmələrdir.

Mürəkkəb gərginlik vəziyyəti üçün, zədələnmə prosesini keyfiyyətcə analiz etmək üçün (7) tənliklər sistemini bir qədər sadələşdirək. Fərz edək ki, prizmatik cisim kub formasında olub, onun üzlərinə təsir edən normal gərginliklər bərabərdir.

$$A_1 = A_2 = A_3 = A; \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma.$$

Ədəbiyyat

1. Sahib A. Piriyeu, Taleh V. Shirinov, Ali B. Aliyev. On mathematical modeling of the damageability of a cylindrically isotropic thick pipe in a complex stress state. Tran. Natl. Acad. Sci. Azerb. Ser. Phys.-Tech. Math. Sci. Mechanics, 42(7), 24-31 (2022)
2. Piriev S.A. Long-term strength of a thick-walled pipe filled with an aggressive medium, with account for damageability of the pipe material and residual strength // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics, 2018, Vol. 59, No. 1, Pp. 163–167.

İNDEFİNİT ÇƏKİLİ DÖRDÜNCÜ TƏRTİB ADI DİFERENSİAL TƏNLİKLƏR ÜÇÜN QEYRİ-XƏTTİ MƏXSUSİ QIYMƏT MƏSƏLƏSİNİN SIFIRDAN VƏ SONSUZLUQDAN QLOBAL BİFURKASIYASI

Rəxşəndə Bəxtiyar qızı Seyidzadə

Bakı Dövlət Universiteti

rakhshandaseyidzade@gmail.com

Aşağıdakı qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələsinə baxaq:

$$\ell(y) \equiv (py''')' - (qy')' = \lambda ry + h(x, y, y', y'', y''', \lambda), \quad 0 < x < 1, \quad (1)$$

$$y''(0) \cos \alpha - (py'')(0) \sin \alpha = 0, \quad (2)$$

$$y(0) \cos \beta + Ty(0) \sin \beta = 0, \quad (3)$$

$$y'(1) \cos \gamma + (py'')(1) \sin \gamma = 0, \quad (4)$$

$$y(1) \cos \delta + Ty(1) \sin \delta = 0, \quad (5)$$

burada $\lambda \in \mathbb{R}$ parametrdir, $Ty \equiv y''' - qy'$, $p \in C^2[0,1]$, $p > 0$, $q \in C^1[0,1]$, $q > 0$, $r \in C[0,1]$, $r > 0$, $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ həqiqi sabitlərdir, belə ki, $0 \leq \alpha, \beta, \gamma, \delta \leq \pi/2$. h qeyri-xətti həddi $h = f + g$ şəklindədir, burada f və g həqiqi funksiyaları $[0,1] \times \mathbb{R}^5$ -də kəsilməzdir və aşağıdakı şərtləri ödəyirlər:

(i) $yf(x, y, s, v, w, \lambda) \leq 0$ və $yg(x, y, s, v, w, \lambda) \leq 0$, $(x, y, s, v, w, \lambda) \in [0,1] \times \mathbb{R}^5$;

(ii) elə $M > 0$ sabiti var ki,

$$\left| \frac{f(x, y, s, v, w, \lambda)}{y} \right| \leq M, \quad (x, y, s, v, w, \lambda) \in [0,1] \times \mathbb{R}^5, y \neq 0,$$

bərabərsizliyi ödənilir;

(iii) ixtiyari məhdud $\Lambda \subset \mathbb{R}$ aralığı üçün

$|y| + |s| + |v| + |w| \rightarrow 0$ olduqda $g(x, y, s, v, w, \lambda) = o(|y| + |s| + |v| + |w|)$ münasibəti $x \in [0,1]$ və $\lambda \in \Lambda$ -ya nəzərən müntəzəm ödənilir.

B. C. ilə (2)-(5) sərhəd şərtlərini ödəyən funksiyalar çoxluğunu işarə edək.

Qeyd edək ki, (1)-(5) məsələsindən $h \equiv 0$ olduqda alınan

$$\begin{cases} \ell(y)(x) = \lambda r(x)y(x), & 0 < x < 1, \\ y \in B.C., \end{cases} \quad (6)$$

xətti məxsusi qiymət məsələsinin məxsusi ədədləri həqiqi və sadədir və sonsuz artan $\{\lambda_k^+\}_{k=1}^\infty$ və sonsuz azalan $\{\lambda_k^-\}_{k=1}^\infty$ ardıcılıqlarını əmələ gətirirlər:

$$0 < \lambda_1^+ < \lambda_2^+ < \dots < \lambda_k^+ < \dots; \dots < \lambda_k^- < \dots < \lambda_2^- < \lambda_1^- < 0,$$

Bundan başqa, hər bir $k \in \mathbb{N}$ və hər bir $\sigma \in \{+, -\}$ üçün λ_k^σ məxsusi ədədinə uyğun $y_k^\sigma(x)$ məxsusi funksiyasının $(0, 1)$ intervalında dəqiq $k - 1$ sayda sıfırı var, belə ki, bu sıfırlar sadədir [1].

Tutaq ki, $E = C^3[0,1] \cap B.C.$ norması $\|y\|_3 = \sum_{j=0}^3 \|y^{(j)}\|_\infty$ olan Banax fəzasıdır, burada $\|y\|_\infty = \max_{x \in [0,1]} |y(x)|$. Hər bir $k \in \mathbb{N}$, hər bir $\sigma \in \{+, -\}$ və hər bir $v \in \{+, -\}$ üçün $S_{k,\sigma}^v$ ilə [2] işində olduğu kimi (6) xətti məxsusi qiymət məsələsinin k -ci məxsusi ədədinə uyğun $y_k^\sigma(x)$ məxsusi funksiyasının və onun törəməsinin osillasiya xassələrinə malik və bu funksiyanın ödədiyi $\sigma \int_0^1 r(x) (y_k^\sigma(x))^2 dx > 0$ şərtini ödəyən funksiyalar sinifini işarə edək.

[3, 4] işlərinə əsasən hər bir $k \in \mathbb{N}$, hər bir $\sigma \in \{+, -\}$ və hər bir $v \in \{+, -\}$ üçün (1)-(5) məsələsinin $\mathbb{R} \times S_{k,\sigma}^v$ çoxluğu üzrə $\mathbb{R} \times \{0\}$ və $\mathbb{R} \times \{\infty\}$ düz

xətlərinə nəzərən bifurkasiya nöqtələri çoxluqları boş deyillər. Əgər $(\lambda, 0)$ $((\lambda, \infty))$ nöqtəsi belə bifurkasiya nöqtələrindən biridirsə, onda $\lambda \in J_k^\sigma$, burada

$$J_k^+ = \left[\lambda_k^+, \lambda_k^+ + \frac{5M}{4r_1} \right], J_k^- = \left[\lambda_k^- + \frac{5M}{4r_0}, \lambda_k^- \right], r_0 = \min_{x \in [0,1]} r(x) \text{ və } r_1 = \max_{x \in [0,1]} r(x).$$

Hər bir $k \in \mathbb{N}$, hər bir $\sigma \in \{+, -\}$ və hər bir $v \in \{+, -\}$ üçün $D_{k,\sigma}^v$ ilə (1)-(5) məsələsinin $J_k^\sigma \times \{0\}$ parçasından $\mathbb{R} \times S_{k,\sigma}^v$ çoxluğu üzrə budaqlanan bütün əlaqəli komponentlərinin birləşməsini, $\mathcal{D}_{k,\sigma}^v$ ilə (1)-(5) məsələsinin $J_k^\sigma \times \{\infty\}$ parçasından $\mathbb{R} \times S_{k,\sigma}^v$ çoxluğu üzrə budaqlanan bütün əlaqəli komponentlərinin birləşməsini işarə edək.

Teorem 1. *Hər bir $k \in \mathbb{N}$, hər bir $\sigma \in \{+, -\}$ və hər bir $v \in \{+, -\}$ üçün $D_{k,\sigma}^v$ və $\mathcal{D}_{k,\sigma}^v$ çoxluqları boş deyillər və $\mathbb{R}^\sigma \times S_{k,\sigma}^v$ çoxluğunda yerləşirlər. Bundan başqa, $D_{k,\sigma}^v$ çoxluğu ya hər hansı $\lambda \in \mathbb{R}$ üçün (λ, ∞) nöqtəsini kəsir, ya da $D_{k,\sigma}^v$ çoxluğunun $\mathbb{R} \times \{0\}$ üzərinə təbii proyeksiyası qeyri məhduddur, $\mathcal{D}_{k,\sigma}^v$ çoxluğu da ya hər hansı $\lambda \in \mathbb{R}$ üçün $(\lambda, 0)$ nöqtəsini kəsir, ya da $\mathcal{D}_{k,\sigma}^v$ çoxluğunun $\mathbb{R} \times \{0\}$ üzərinə təbii proyeksiyası qeyri məhduddur.*

Qeyd edək ki, $D_{k,\sigma}^v$ və $\mathcal{D}_{k,\sigma}^v$ çoxluqları kəsişə də bilərlər, kəsişməyə də bilərlər. Onu da qeyd edək ki, əgər bu çoxluqlardan hər birinin $\mathbb{R} \times \{0\}$ üzərinə təbii proyeksiyası məhdud olarsa, onda bu çoxluqlar üst-üstə düşərlər.

Ədəbiyyat

1. Z.S. Aliyev, On a fourth order spectral problem with indefinite weight, Abstract of the XI International Conference “Modern problems of Mathematics and Mechanics” dedicated to the memory of the genius of Azerbaijani scientist and thinker Nasraddin Tusi, Baku 2024, p. 86–88.
2. R.B. Seiidzade, Global bifurcation from zero for some linearizable eigenvalue problem with indefinite weight function, Baku State University Journal of Mathematics and Computer Sciences, 2(2) (2025), 16–26.
3. R.B. Seyidzade Global bifurcation of nontrivial solutions from zero in some nonlinearizable eigenvalue problems with indefinite weight function, Материалы Международной Воронежской зимней математической школы «Современные методы теории функций и смежные проблемы», 30 января-04 февраля 2025 г., Воронеж, Россия, с. 426–428.

4. Р.Б. Сейидзаде, Глобальная бифуркация решений от бесконечности некоторых нелинеаризируемых задач на собственные значения с индефинитной весовой функцией, Материалы Международной Воронежской весенней математической школы «Современные методы теории краевых задач. Понтрягинские чтения – XXXVII», 30 апреля-04 мая 2026 г., Воронеж, Россия, с. 279–281

SPEKTRAL METODLARLA BİR QEYRİ-LOKAL SƏRHƏD MƏSƏLƏSİNİN HƏLL OLUNANLIĞININ TƏDQIQI

Qasımov Telman Benser oğlu, Süleymanzadə Zəhra Xəyyam qızı,

Səfərova Əfsanə İbrahim qızı

Bakı Dövlət Universiteti

telmankasumov@rambler.ru, zahasuleyman04@gmail.com, afsana.safarova03@gmail.com

Dalğa tənliyi üçün qoyulmuş aşağıdakı qarışıq məsələyə baxaq:

$$\frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial x^2}, \quad (1)$$

$$U'_x(0,t) + \beta U'_x(1,t) = U(0,t) + \alpha U(1,t) = 0, \quad (2)$$

$$(3)$$

burada və verilmiş kompleksqiymətli funksiyalardır. (1)-(3) məsələsinin güclü həlli dedikdə elə $U(x,t) \in W_p^2(Q_T)$ funksiyası başa düşülür ki, (1) tənliyini Q_T —də sanki hər yerdə, (2),(3) şərtlərini isə iz mənasında ödəsin.

(1)-(3) məsələsinin Furiye metodu ilə həlli aşağıdakı spektral məsələyə gətirir:

$$-y''(x) = \lambda y(x), \quad (4)$$

$$y'(0) + \beta y'(1) = 0, \quad (5)$$

$$y(0) + \alpha y(1) = 0. \quad (6)$$

$\alpha + \beta \neq 0$ olduqda (4)-(6) spektral məsələsi Birkhof mənasında requlyar olur. $\gamma = -\frac{1+\alpha\beta}{\alpha+\beta}$ işarə edək. olduqda (4)-(6) spektral məsələsi güclü requlyar olur, $\gamma = \pm 1$ olduqda isə spektural məsələ requlyar olur, lakin güclü requlyar olmur. Bu işdə $\gamma = \pm 1$ halına baxılır.

Aşağıdakı hallar mümkündür.

1. $\gamma = -1$. Onda $(\alpha - 1)(\beta - 1) = 0$. Onda $\alpha + \beta \neq 0$ olduğunu nəzərə almaqla, aşağıdakı sinifləri ayıra bilərik:

$$a) \alpha = 1, \beta \neq \pm 1;$$

$$b) \alpha \neq \pm 1, \beta = 1;$$

$$c) \alpha = 1, \beta = 1.$$

2. $\gamma = 1$. Onda $(\alpha + 1)(\beta + 1) = 0$. Buradan aşağıdakı sinifləri ayıra bilərik.

$$d) \alpha = -1, \beta \neq \pm 1;$$

$$e) \alpha \neq \pm 1, \beta = -1;$$

$$f) \alpha = -1, \beta = -1.$$

Müəyyənlik üçün biz halına baxacağıq. Bu halda sərhəd şərtləri

$$y(0) + y(1) = 0 \quad (7)$$

$$y'(0) + \beta y'(1) = 0 \quad (8)$$

şəklində olur. (4), (7), (8) spektral məsələsinin məxsusi ədədləri

$\lambda_n = ((2n + 1)\pi)^2, n \in Z^+$ şəklindədirlər; burada $Z^+ = \{0\} \cup N$ işarə olunmuşdur. Hər bir məxsusi ədəd ikiqat olub, ona bir məxsusi funksiya və bir qoşulmuş funksiya uyğun gəlir:

$$y_{n,1}(x) = \cos(2n + 1)\pi x,$$

$$y_{n,2}(x) = ((1 - \beta)x + \beta) \sin(2n + 1)\pi x, n \in Z^+;$$

burada məxsusi funksiya, isə ona uyğun qoşulmuş funksiya. Bu sistemin biortoqonal sistemi uyğun qoşma spektral məsələnin məxsusi və qoşulmuş funksiyaları olub, aşağıdakı şəkildədirlər:

$$z_{n,1}(k) = \frac{4}{\beta + 1} ((\beta - 1)x + 1) \cos(2n + 1)\pi x;$$

$$z_{n,2}(x) = \frac{4}{\beta + 1} \sin(2n + 1)\pi x, n \in Z^+.$$

Teorem 1. (4)-(6) spektral məsələsinin $\{y_{n,i}\}_{i=1,2;n \in Z^+}$ məxsusi funksiyaları sistemi $L_p(0,1)$, $1 < p < \infty$, fəzasında r – bazis təşkil edir ($r = \max\{p, p'\}, \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = 1$), yəni bu fəzada bazisdir və

$$\forall f \in L_p(0,1) : \left(\sum_{i=1}^2 \sum_{n=0}^{\infty} |\langle f, z_{n,i} \rangle|^r \right)^{\frac{1}{r}} \leq C_1 \|f\|_{L_p}$$

bərabərsizliyi ödəyir; burada sabitdir və f -dən asılı deyildir.

Teorem 2. Tutaq ki, və

$$\varphi'(0) + \beta \varphi'(1) = \varphi(0) + \varphi(1) = \psi(0) + \psi(1) = 0 \quad \text{şərtlərini} \quad \text{ödəyirlər.}$$

Onda (1)-(3) məsələsinin sinfindən olan yeganə güclü həlli var və bu həll üçün

$$\|u\|_{W_p^2(Q_T)} \leq C_2 (\|\varphi\|_{W_p^2(0,1)} + \|\psi\|_{W_p^1(0,1)})$$

qiymətləndirməsi doğrudur; burada sabiti və ψ -dən asılı deyildir.

Oxşar məsələlər [1-2] işlərində də tədqiq olunmuşdur.

Ədəbiyyat

1. M.Sh.Burlutskaya, A.P.Khromov. The resolvent approach for the wave equation, comput. Math. Math. Phys. 2015, vol. 55, no.2, pp. 229-241.
2. A.P.Khromov. About the classical solution of the mixed problem for the wave equation. Izv. Saratov Univ. (N.S.), ser. Math. Mech. Inform., 2015, vol.15, no.1, pp. 56-66.

İSTİLİKKEÇİRMƏ TƏNLIYI ÜÇÜN BİR QEYRİ-LOKAL SƏRHƏD MƏSƏLƏSİNİN GÜCLÜ HƏLL OLUNANLIĞI HAQQINDA

Qasımov Telman Benser oğlu, Feyzullayev İlkin Qadir oğlu
Bakı Dövlət Universiteti

telmankasumov@rambler.ru, ilkin0704@mail.ru

İstilikkeçirmə tənliyi üçün qoyulmuş aşağıdakı başlanğıc-sərhəd məsələsinə baxaq:

$$\frac{\partial U(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial x^2}, \quad (1)$$

$$U(x,0) = \varphi(x), \quad x \in [0,1], \quad (2)$$

$$U(0,t) = U(1,t), \quad \frac{\partial U}{\partial x}(0,t) = \beta \frac{\partial U}{\partial x}(1,t) + \alpha U(1,t), \quad t \geq 0, \quad (3)$$

burada verilmiş kompleksqiymətli funksiyadır. (1)-(3) məsələsinin güclü həlli dedikdə elə $U(x,t) \in W_p^{2,1}(D)$ funksiyası başa düşülür ki, (1) tənliyini D –də sanki hər yerdə, (2),(3) şərtlərini isə iz mənasında ödəsin.

(1)-(3) məsələsinin Furiye metodu ilə həlli aşağıdakı spektral məsələyə gətirir:

$$-u''(x) = \lambda u(x), \quad (4)$$

$$u(0) = u(1), \quad (5)$$

$$u'(0) = \beta u'(1) + \alpha u(1), \quad (6)$$

$\beta \neq -1$ olduqda (4)-(6) spektral məsələsi Birkhof mənadında requlyar olur, lakin güclü requlyar olmur. halı halından kəskin fərqlənir. Beləki, halında məxsusi ədədlər ikiqat olur; hər bir məxsusi ədədə bir məxsusi funksiya və bir qoşulmuş funksiya uyğun gəlir, məxsusi və qoşulmuş funksiyalar sistemi fəzasında bazis təşkil edir. $\alpha \neq 0$ olduqda isə bütün məxsusi ədədlər sadə olur, məxsusi funksiyalar isə asimptotik yaxın olan iki sinifə bölünürlər və ona görə də məxsusi funksiyalar sistemi heç bir fəzasında bazis təşkil etmir. Qeyd edək ki, (3) sərhəd şərtləri əvəzinə

$$U(0,t) = 0, \quad \frac{\partial U}{\partial x}(0,t) = \frac{\partial U}{\partial x}(1,t) + \alpha U(1,t), \quad t \geq 0,$$

sərhəd şərtləri olan halda istilikkeçirmə tənliyi [1] işində baxılmış və klassik həllinin varlığı və yrganəliyi isbat olunmuşdur. Digər sərhəd şərtləri ilə müxtəlif qeyri-lokal

sərhəd məsələləri klassik qoyuluşda [2,3] işlərində tədqiq olunmuşdur. Bu işdə $\alpha \neq 0$, $\beta \neq \pm 1$ halında (1)-(3) sərhəd məsələsinin güclü həll olunması öyrənilir. Yada salmaq ki, (1)-(3) məsələsinin güclü həlli elə funksiyasına deyilir ki, (1) tənliyini sanki hər yerdə və (2),(3) şərtlərini isə iz mənasında ödəsin.

$\alpha, \beta \in R, \alpha \neq 0, \beta \neq \pm 1$, olduqda (4)-(6) spektral məsələsinin hər bir məxsusi ədədi müsbətdir, sadədir və aşağıdakı kimi iki seriyaya ayrılırlar:

$$\lambda_{k1} = (\rho_{k1})^2, k \in N, \lambda_{k2} = (\rho_{k2})^2, k \in Z^+,$$

burada və isə tənliyinin kökləridir və aşağıdakı kimi asimptotikaya malikdirlər:

$$\rho_{k2} = 2\pi k + \frac{\alpha}{(1+\beta)\pi k} + O\left(\frac{1}{k^2}\right).$$

Hər bir məxsusi ədədə sıfırdan fərqli sabit vuruq dəqiqliyi ilə bir məxsusi funksiya uyğun gəlir:

$$\begin{aligned} u_{k1}(x) &= \cos 2\pi kx + \frac{\alpha \sin 2\pi kx}{(1-\beta)\pi k}, k \in N; \\ u_{k2}(x) &= \cos 2\pi kx + \frac{\alpha \sin 2\pi kx}{(1-\beta)\pi k} + O\left(\frac{1}{k^2}\right), k \in Z^+. \end{aligned} \quad (7)$$

(7) sisteminin biortoqonal sistemi uyğun qoşma spectral məsələnin məxsusi funksiyaları olub, aşağıdakı şəkildədir:

$$\begin{aligned} \vartheta_{k1}(x) &= \frac{(1-\beta)4\pi k}{\alpha} \sin 2\pi kx, k \in N; \\ \vartheta_{k2}(x) &= \frac{(1+\beta)4\pi k}{\alpha} \left(\sin 2\pi kx + \frac{\alpha \cos 2\pi kx}{(\beta^2-1)\pi k} \right) + O\left(\frac{1}{k}\right), k \in Z^+. \end{aligned}$$

(1)-(3) məsələsini Furye metodu ilə həll edilməsi üçün (4)-(6) spektral məsələsinin (7) məxsusi funksiyalar sisteminin bazis təşkil etməsinin prinsipial əhəmiyyəti vardır.

Teorem 1. (7) sistemi $L_p[0,1]$, $1 < p < +\infty$, fəzasında sanki normal-laşmış, tam və minimal sistemdir, lakin bazis təşkil etmir.

Bu teorem göstərir ki, (1)-(3) məsələsini dəyişənlərinə ayırma metodu ilə həll etmək üçün (7) sistemindən birbaşa istifadə etmək olmaz. işarə edək və aşağıdakı kimi yeni sistem daxil edək:

$$w_{k1}(x) = u_{k1}(x), k \in N, w_{k2}(x) = (u_{k2}(x) - u_{k1}(x))(\delta_k)^{-1}, k \in Z^+. \quad (8)$$

Bilavasitə yoxlanılır ki, (8) sisteminin biortoqonal sistemi var və aşağıdakı şəkildədir:

$$z_{k1}(x) = \vartheta_{k,1}(x) + \vartheta_{k,2}(x), z_{k2}(x) = \delta_k \vartheta_{k,2}(x), k \in N.$$

Aşağıdakı teoremlər doğrudur.

Teorem 2. (8) sistemi $L_p(0,1)$, $1 < p < \infty$, fəzasında bazis təşkil edir və $\forall f \in L_p(0,1)$:

$$(|\langle f, z_{20} \rangle|^r + \sum_{i=1}^2 \sum_{n=1}^{\infty} |\langle f, z_{ni} \rangle|^r)^{\frac{1}{r}} \leq C \|f\|_{L_p}$$

bərabərsizliyi ödəyir; burada və sabiti f -dən asılı deyildir. olduqda (8) sistemi fəzasında Riss bazisi olur.

Teorem 3. Tutaq ki, beləki olduqda bundan başqa funksiyası (5),(6) şərtlərini, olduqda isə əlavə şərtini ödəyir. Onda (1)-(3) məsələsinin sinifindən olan yeganə güclü həlli var və bu həll üçün

$$\|U\|_{W_p^{2,1}(D)} \leq C \|\varphi\|_{W_p^{2+\gamma}(0,1)}$$

qiymətləndirməsi doğrudur; burada sabiti φ -dən və U -dan asılı deyildir.

Ədəbiyyat

1. Mokin A.Y. Correctness of task family with nonclassical boundary conditions. Comput. Res. Model. 1(2), 139-146 (2009)
2. Ionkin N.I. Solution of a boundary value problem of heat conduction theory with a nonclassical boundary condition, Differents. Uravn., 13(2), 294–304 (1977)
3. Orazov I, Sadybekov M. One nonlocal problem of determination of the temperature and density of heat sources, Russian Mathematics, 56(2), 60–64 (2012)

KƏSİLMƏ NÖQTƏSİNƏ MALİK BİR DİFERENSİAL OPERATORUN MƏXSUSİ FUNKSİYALARININ ÇƏKİLİ LEBEQ FƏZALARINDA BAZİSLİYİ

Qasimov Telman Benser oğlu, Zəhra Əliyeva Elşən qızı

Bakı Dövlət Universiteti

telmankasumov@rambler.ru, eliyevazehra2001@gmail.com

Aşağıdakı spektral məsələyə baxılır:

$$-y(x) = \lambda y(x), \quad x \in \left(0; \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; 1\right), \quad (1)$$

$$y(0) = y(1) = 0,$$

$$y\left(\frac{1}{2}-0\right) = ay\left(\frac{1}{2}+0\right), \quad (2)$$

$$y\left(\frac{1}{2}-0\right) = by\left(\frac{1}{2}+0\right),$$

burada λ spektral parametrdir, a və b isə $a+b \neq 0$ şərtini ödəyən ixtiyari kompleks ədədlərdir. Bu tipli spektral məsələlərin məxsusi funksiyalarının bazislik xassələri

daha ümumi şəkildə [1,4] işlərində öyrənilmişdir. Oxşar məsələ [2] işində baxılmışdır. Bu işdə (1), (2) məsələsinin çəkili Lebeq fəzasında bazisliyi haqqında teorem isbat edilmişdir.

Teorem 1. $Z^+ = N \cup \{0\}$ işarə edək. (1), (2) məsələsinin məxsusi ədədləri $\lambda_n = (\pi n)^2$, $n \in Z^+$ şəklindədir. λ_{2k} , $k \in Z^+$ məxsusi ədədlərinə uyğun məxsusi funksiyalar

$$y_{2k}(x) = \begin{cases} a \cos 2\pi kx, & x \in [0; \frac{1}{2}), \\ \cos 2\pi kx, & x \in [\frac{1}{2}; 1], \end{cases}$$

şəklində, λ_{2k+1} , $k \in Z^+$ məxsusi ədədlərinə uyğun məxsusi funksiyalar isə

$$y_{2k+1}(x) = \begin{cases} b \cos(2k+1)\pi x, & x \in [0; \frac{1}{2}), \\ \cos(2k+1)\pi x, & x \in [\frac{1}{2}; 1], \end{cases}$$

şəklindədirlər.

Tutaq ki, $L_{p,w}(0;1)$, $1 < p < \infty$,

$$\|f\|_{L_{p,w}} = \left(\int_0^1 |f(x)|^p w(x) dx \right)^{\frac{1}{p}}$$

norması ilə verilən çəkili Lebeq fəzasıdır. Tutaq ki, J ədəd oxunun hər hansı sonlu və ya sonsuz intervalıdır. Əgər $w(x)$ çəki funksiyası

$$\sup_{I \subset J} \frac{1}{|I|} \int_I w(x) dx \leq \int_I w(x)^{-(p-1)} dx^{\frac{1}{p-1}} < \infty$$

şərtini ödəyərsə, onda deyirlər ki, $w(x)$ çəki funksiyası $A_p(J)$ Makenhaupt sinfinə daxildir [3]; burada $|I|$ intervalın uzunluğudur, supremum isə bütün $I \subset J$ intervalları üzrə götürülür.

$A_p([0, \frac{1}{2}], [\frac{1}{2}, 1])$ ilə $(0,1)$ intervalında verilmiş elə çəki funksiyaları sinfini işarə edirik ki, onların $[0, \frac{1}{2}]$ və $[\frac{1}{2}, 1]$ intervallarına daralmaları uyğun olaraq $A_p([0, \frac{1}{2}])$ və $A_p([\frac{1}{2}, 1])$ Makenhaupt siniflərinə daxil olsun. Aydındır ki, $A_p((0,1)) \subset A_p([0, \frac{1}{2}]) \cup A_p([\frac{1}{2}, 1])$, tərsi isə, ümumiyyətlə, doğru deyil (bax, məsələn, [5]).

Teorem 2. Tutaq ki, $w(x)$ çəki funksiyası $w(x) \in A_p(0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$. Onda (1), (2) məsələsinin $\{y_n(x)\}_{n \in \mathbb{Z}^+}$ məxsusi funksiyalar sistemi $L_{p,w}(0;1)$, $1 < p < \infty$, çəkili Lebeq fəzasında bazis əmələ gətirir.

Bu iş Azərbaycan Elm Fondunun maliyyə dəstəyi ilə yerinə yetirilmişdir.-
Qrant № AEF-MCG-2023-1(43)-13/06/1-M-06.

Ədəbiyyat

1. Gasymov T.B., Fractional powers of discontinuous quasidifferential operators and basis theorems, Dep.VINITI 16.12.1987, 8902, 74p.
2. Gasymov T.B., Aliyeva Z.E. A differential operator with intersection point and summable potential equivalent basis in Lebesgue and weighted Lebesgue spaces, Modern Problems of Mathematics and Mechanics XII International Scientific Conference, 2025, p.149-151
3. Hunt R., Muckenhoupt B., Wheeden R., Weighted norm inequalities for the conjugate function and Hilbert transform // Trans. of AMS V.176(1973), p.227-251
4. Muravei L.A., Riesz basis in $L_2(-1,1)$, boundary value problems for differential equations, Steklov Inst. Math., 1967, 91(1967), 117-136
5. Pukhov, S.S. Bases of exponentials in weighted spaces generated by zeros of the Fourier-Stieltjes transform. Math Notes 95, 820-832 (2014).
<https://doi.org/10.1134/S0001434614050277>

FUNKSIONALIN MİNİMUMUNU TAPMAQ ÜÇÜN RİS ÜSULUNUN TƏTBİQİ

Quliyev Hamlet Fərman oğlu, Quluzadə Səidə Rəsul qızı

Bakı Dövlət Universiteti

hamletquliyev51@gmail.com, saidaguluzada2@gmail.com

Tutaq ki, $g(x)$ funksionalı separabel normalı B banax fəzasında təyin olunmuşdur və aşağıdan məhduddur. $g(x)$ funksionalının minimallaşdırılması məsələsində Ris üsulunun mahiyyətinə baxaq:

Əvvəlcə, B fəzasında

$$\Psi_1, \Psi_1, \dots, \Psi_1, \dots \quad (1)$$

bazis vektorlar sistemi götürülür. Yəni,

1) istənilən $m \in \mathbb{N}$ üçün $\Psi_1, \Psi_1, \dots, \Psi_1, \dots$ vektorlar sistemi xətti asılı deyil;

2) (1) vektorlar sisteminin bütün mümkün xətti kombinasiyalar çoxluğu B fəzasında sıxdır, yəni, (2) sistemi B fəzasında tam sistemdir.

İndi isə B -də bazis vektorları $\Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_n, \dots$ olan m ölçülü R^m alt fəzasına baxaq. $g(x)$ funksionalı B fəzasında aşağıdan məhdud olduğundan o, R^m fəzasında da aşağıdan məhduddur.

$a_m = \inf_{x \in B_m} g(x)$, $m = 1, 2, \dots$ işarə edək. Funksionalın təyin oblastı

genişləndikdə onun minimumu artmır, yəni, $a_1 \geq a_2 \geq \dots \geq a_m \geq \dots$ olur.

Tutaq ki, hər bir m üçün elə $x_m \in R^m$ nöqtəsi var ki, $g(x_m) = a$ olur.

Məlumdur ki, $x_m \in R^m$ olduğundan, elə $b_n = b_n(m)$ var ki,

$$x_m = \sum_{n=1}^m b_n \Psi_n \quad (2)$$

olur.

Yuxarıdakı qayda ilə alınan x_m vektorlarına Ris yaxınlaşmaları deyilir.

Fərz edək ki, $g(x)$ funksionalı B fəzasında Qato mənada diferensiallanandır.

$G(x) = \text{grad } g(x)$ işarə edək. Onda $g(x)$ funksionalı R^m fəzasında da Qato mənada diferensiallanandır.

İxtiyari $x = \sum_{n=1}^m \beta_n \Psi_n$, $h = \sum_{n=1}^m \gamma_n \Psi_n$ vektorları üçün

$$\frac{d}{dt} g(x + th)|_{t=0} = \langle G(x), h \rangle = \sum_{i=1}^m \gamma_i \langle G(\sum_{n=1}^m \beta_n \Psi_n), \Psi_i \rangle \quad (3)$$

burada β_n və γ_n ixtiyari həqiqi ədədlərdir.

Məlumdur ki, x_m nöqtəsi R^m fəzasında $g(x)$ funksionalının mütləq minimumudursa,

$$\langle G(x_m), h \rangle = 0, \quad m = 1, 2, \dots \quad (4)$$

şərtləri ödənilir.

(3), (4) münasibətlərindən və γ_i -lərin ixtiyariliyindən

$$\langle G(\sum_{n=1}^m \beta_n \Psi_n), \Psi_i \rangle = 0 \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (5)$$

alınır. Əgər $g(x)$ funksionalı qabarıqdırsa, (2) düsturu ilə təyin olunmuş x_m vektorlarının Ris yaxınlaşmaları olması üçün (5) sisteminin ödənilməsi zəruri və kafidir. b_n əmsallarını təyin edən (5) sisteminə Ris sistemi deyilir.

Bu işdə aşağıdakı teorem isbat olunub:

Teorem 1. Fərz edək ki, B fəzasında verilmiş artan, Qato mənada diferensiallanan $g(x)$ funksionalı aşağıdan məhdud və kəsilməzdir. Onda ixtiyari $m \in N$ üçün (5) Ris sistemi həll olunandır. Ris yaxınlaşmaları minimallaşdırıcı ardıcılıqdır.

Ədəbiyyat

1. Həsənov K.Q. Opimallaşdırma üsulları. Bakı, 1987, 95s.

2. Quliyev H.F.,Yusubov Ş.Ş.Variasiya hesabı və optimallaşdırma üsullarının əsasları.Bakı,2010,232 s
3. Федоренко Р.П. Приближенное решение задач опти-мального управления. М.: Наука, 1978, 488 с.
4. Васильев Ф.П. Методы решения экстремальных задач. М.:Наука, 1981, 400 с.
5. Вайнберг М.М. Вариационный метод и метод монотонных операторов. М.: Наука, 1972, 416 с.

SABİT ƏMSALLI BİR HİBRİD ÜSUL HAQQINDA

Quliyeva Arzu Murad qızı, Ocaqverdiyeva Aybəniz Məhəbbət qızı

Bakı Dövlət Universiteti

arzuquliyeva579@gmail.com, aybeniz0721@gmail.com

Son vaxtlar sabit əmsallı hibrid üsullara həsr olunmuş ədədi üsulların tədqiqinə üstünlük verirlər. Məlumdur ki, hər bir üsulun özünə məxsus üstün cəhətləri vardır. Hibrid üsullar adətən, digər üsullara nisbətən daha dəqiq olurlar. Qeyd edək ki, hər bir üsulun müsbət və mənfi xüsusiyyətlərinin olduğunu nəzərə alaraq, bu üsulları tədqiq edirlər. Belə ki, hibrid üsulların bir çox mənfi cəhətləri vardır. Bunlardan adətən, funksiyanın irrasional nöqtələrdəki qiymətlərinin hesablanması qeyd edirlər.

Aşağıdakı hibrid üsula baxaq:

$$y_{n+1} = y_n + h(y'_{n+1/2-\alpha} + y'_{n+1/2+\alpha})/2. \quad (1)$$

Bu üsulu aşağıdakı Koşi məsələsinin həllinə tətbiq edək:

$$. \quad (2)$$

Adətən, (1) üsulunu aşağıdakı formada təqdim edirlər:

$$y_{n+1} = y_n + h\left(f(x_{n+1/2-\alpha}, y_{n+1/2-\alpha}) + f(x_{n+1/2+\alpha}, y_{n+1/2+\alpha})\right)/2, \alpha = \sqrt{3}/6. \quad (3)$$

Asanlıqla göstərmək olar ki, (3) üsulunu aşağıdakı kimi sadələşdirmək olar:

$$y_{n+1} = y_n + h(f_{n+1/2-\alpha} + f_{n+1/2+\alpha})/2, \alpha = \sqrt{3}/6, p = 4. \quad (4)$$

(4) üsulunu rasional ədəd formasında yazsaq, onda alırıq:

$$y_{n+1} = y_n + h(3f_{n+1/3} + f_{n+1})/4, p = 3. \quad (5)$$

(5) münasibətindən alırıq ki, üsulun dəqiqlik dərəcəsi olar. (4) və (5) üsullarını müqayisə etsək, onda asanlıqla göstərmək olar ki, (4) üsulu daha dəqiqdir. Bu üsulların müqayisəsinə baxsaq, görürük ki, (5) üsulundan asanlıqla istifadə etmək

olar. Belə ki, (5) üsulunda istifadə olunan və qiymətlərini hesablamaq çətinlik yaratmır. Adətən, bu məqsədlə proqnoz-korreksiya üsulundan istifadə edirlər. Bəzi müəlliflər isə aşkar Eyler və ya trapeslər üsulunun modifikasiyasından istifadə edirlər. Qeyd edək ki, Eyler üsulunun dəqiqliyi 1-ə, trapeslər üsulunun dəqiqliyi isə 2-yə bərabərdir.

Asanlıqla göstərmək olar ki, (1) və ya (3) üsulu daha dəqiqdir. Qeyd edək ki, (1) və (3) üsulları eynidir və onlar eyni dəqiqliyə malikdirlər. Adətən, (5) üsulunu qeyri-aşkar üsul kimi qəbul edirlər.

Aşağıdakı üsula baxaq:

$$y_{n+1} = y_n + h(f_n + 3f_{n+2/3})/4. \quad (6)$$

Qeyd edək ki, (6) üsulu aşkar üsuldur, lakin (5) üsulu yuxarıda qeyd etdiyimiz kimi qeyri-aşkar üsuldur. Məlumdur ki, aşkar üsullardan asanlıqla istifadə etmək olur. Bunu nəzərə alaraq, bir çox ixtisasçılar (6) üsulundan istifadə olunmasına üstünlük verirlər. Bəzi müəlliflər isə (3) üsulundan istifadə etməyi üstün tuturlar. Qeyd edək ki, (4) üsulundan istifadə etdikdə qiymətinin hesablanması zamanı alınan çətinliyi aradan qaldırmaq məqsədilə trapeslər üsulundan istifadə etmək olar.

Ədəbiyyat

1. S.Deepa, A.Ganesh, V.Ibrahimov, S.S.Santra, V.Govindan, K.M.Khedher, Fractional fourier transform to stability analysis of fractional differential equations with prabhakar derivatives, Azerbaijan Journal of Mathematics 12 (2), 131-153, 2022.
2. V.R.Ibrahimov, M.N.Imanova, Finite difference methods with improved properties and their application to solving some model problems, 2022 International Conference on Computational Science and Computational, 2023.
3. G.Mehdiyeva, V.Ibrahimov, M.Imanova, On a calculation of definite integrals by using of the calculation of indefinite integrals, SN Applied Sciences 1 (11), 1489, 2019.
4. M.Galina, I.Vagif, I.Mehriban, On the construction of the advanced Hybrid Methods and application to solving Volterra Integral Equation, WSEAS Transactions on Systems and Control 14, 183-189, 2019.
5. V.R.Ibrahimov, Convergence of predictor-corrector method, Godishnik na visshite uchebni zavendeniya, Prilozhno math, Sofiya, Bulgariya, 1984.

ÖZLÜ MAYENİN ELLİPS KƏSİKLİ BORUDA QƏRARLAŞMIŞ HƏRƏKƏTİ

Tağıyev Müsrəddin Musa oğlu, Abbaszadə Roza Natiq qızı

Bakı Dövlət Universiteti

musreddin_taqiyev@bsu.az, abbaszadroza@gmail.com

Borunun en kəsiyi üçün $\frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} \leq 1$. Məlumdur ki, verilmiş təzyiq düşküsndə mayenin axın sürəti ϑ_x (1.1.11) ikitərtibli xüsusi törəməli diferensial tənliyin həlli kimi tapılır. Qərarlaşmış hərəkətə baxdığımızdan $\frac{\partial \vartheta_x}{\partial t} = 0$ olar. Nəticədə (1.1.11) tənliyi $v = \frac{\mu}{\rho}$ bərabərliyi nəzərə alınmaqla aşağıdakı şəkildəki xüsusi törəməli diferensial tənliyə çevrilir:

$$\frac{\partial^2 \vartheta_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vartheta_x}{\partial z^2} = \frac{1}{\mu} \frac{\Delta P}{\Delta x} \quad (1)$$

(1) tənliyini həll etmək üçün sərhəd şərti verilməlidir. Sərhəd şərtini kontur üzərində verək. Fərz edək ki, kontur üzərində ϑ_x sürəti sıfıra bərabərdir, yəni

$$\vartheta_x|_{\frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1} = 0 \quad (2)$$

Beləliklə, qoyulan məsələ (1.3.1) tənliyinin (1.3.2) sərhəd şərtini ödəyən həllinin tapılmasına gətirilir. (1.3.1) tənliyinin həllini aşağıdakı şəkildə axtaraq:

$$\vartheta_x = A \left(1 - \frac{y^2}{a^2} - \frac{z^2}{b^2} \right) \quad (3)$$

(3)-dəki A sabiti (2) şərtini ödəyir. Deməli, A sabitini elə seçə bilərik ki, (1) tənliyini ödəsin, onda məsələ həll olunmuş olur. Başqa sözlə belə seçilən məsələni həll etmək kifayətdir. (3)-dən istifadə edərək törəmələri hesablayaq:

$$\frac{\partial \vartheta_x}{\partial y} = -\frac{2A}{a^2} y, \quad \frac{\partial^2 \vartheta_x}{\partial y^2} = -\frac{2A}{a^2} \quad (4)$$

$$\frac{\partial \vartheta_x}{\partial z} = -\frac{2A}{b^2} z, \quad \frac{\partial^2 \vartheta_x}{\partial z^2} = -\frac{2A}{b^2} \quad (5)$$

(4) və (5)-i (1)-də yerinə yazsaq alarıq:

$$-\frac{2A}{a^2} - \frac{2A}{b^2} = \frac{1}{\mu} \frac{\Delta P}{\Delta x}$$

və ya

$$-2A \left(\frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} \right) = \frac{1}{\mu} \frac{\Delta P}{\Delta x} \quad (6)$$

(6)-dan alırıq ki,

$$A = -\frac{1}{2\mu} \frac{\Delta P}{\Delta x} \cdot \frac{a^2 b^2}{a^2 + b^2} \quad (7)$$

(7)-ni (1.3.3)-də yerinə yazsaq alırıq:

$$\vartheta_x = \frac{1}{2\mu} \frac{\Delta P}{\Delta x} \cdot \frac{a^2 b^2}{a^2 + b^2} \left(1 - \frac{y^2}{a^2} - \frac{z^2}{b^2} \right) \quad (8)$$

Beləliklə, qoyulan məsələni həll etdik. Əgər (8)-də $a = b = r$ götürsək əvvəlki yarımfasildə aldığımız (11) düsturunu alırıq. Doğrudan da $a = b = r$ olduqda

$$\vartheta_x = \frac{1}{2\mu} \frac{\Delta P}{\Delta x} \cdot \frac{r^4}{2r^2} \left(1 - \frac{y^2 + z^2}{r^2} \right)$$

və ya

$$\vartheta_x = \frac{1}{4\mu} \frac{\Delta P}{\Delta x} (r^2 - (y^2 + z^2)) \quad (9)$$

Burada $y^2 + z^2 = r^2$ olmasından istifadə etdik. Aldığımız (8) münasibətinin laminar axın üçün doğruluğu eksperimentlə öz təsdiqini tapır. Tutaq ki, en kəsiyinin konturu I olan tərpənməz boruya maliklik. Belə boruda mayenin axması haqqında məsələ $\vartheta_x|_I = 0$ şərtində (3) tənliyinin integrallanmasına gətirilir.

Ədəbiyyat

1. Лойцянский Л. Г., Механика жидкости и газа, учеб. для вузов, М.: Фрора, 2003. – 840 с.

ÖZLÜ MAYENİN DAİRƏVİ BORUDA HƏRƏKƏTİ

Müsrəddin Musa oğlu Tağıyev, Həsənli Rəya Bilal qızı

Bakı Dövlət Universiteti

musreddin_tagiyev@bsu.az, hasanli.roya.corp@gmail.com

Fərz edək ki, boru hərəkətsizdir və x oxu borunun oxu ilə üst-üstə düşür. R radiuslu dairəvi boruda özlü mayenin qararlaşmış hərəkətində mayenin sürətinin tapılması tələb olunur. Sürətlər sahəsini təyin etmək üçün borunun ixtiyari en kəsiyinin

$y^2 + z^2 = R^2$ konturu üzərində sürət sıfıra bərabərdir şərtində

$$\mu \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right) = \frac{\Delta P}{\Delta x} \quad (1)$$

tənliyini həll etmək lazımdır. Çünki burada da qərarlaşmış birölçülü hərəkətə baxırıq. Silindrik koordinatlara keçmək təbiidir. y, z koordinatlarından r, θ koordinatlarına keçək. Bunun üçün:

$$y = r \cos \theta, z = r \sin \theta$$

münasibətlərindən istifadə edək. Onda aydındır ki,

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \quad (2)$$

alırıq. Tədqiq olunan axın oxa simmetrikdir, ona görə də v_x yalnız r -dən asılıdır.

Belə olduqda (1) xüsusi törəməli diferensial tənliyi aşağıdakı şəkllə düşür:

$$\frac{\partial^2 v_x}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_x}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_x}{\partial \theta^2} = \frac{1}{\mu} \frac{\Delta P}{\Delta x} \quad (3)$$

Axtarılan v_x funksiyası yalnız r -dən asılı olduğundan (3) iki tərtibli xüsusi törəməli diferensial tənliyi aşağıdakı iki tərtibli adi diferensial tənliyə çevrilir:

$$\frac{d^2 v_x}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dv_x}{dr} = \frac{1}{\mu} \frac{\Delta P}{\Delta x} \quad (4)$$

Beləliklə, özlü mayenin dairəvi boruda qərarlaşmış hərəkəti məsələsi (4) tənliyinin

$$v_x|_{r=R} = 0 \quad (5)$$

sərhəd şərtini ödəyən həllinin tapılmasına gətirilir.

Aydındır ki, (4) tənliyini aşağıdakı şəkildə yazmaq olar:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dv_x}{dr} \right) = \frac{1}{\mu} \frac{\Delta P}{\Delta x} \quad (6)$$

(6) tənliyinin hər iki tərəfini $r dr$ -ə vursaq, alırıq:

$$d \left(r \frac{dv_x}{dr} \right) = \frac{1}{\mu} \frac{\Delta P}{\Delta x} r dr \quad (7)$$

(7)-ni integrallasaq, alırıq:

$$r \frac{dv_x}{dr} = \frac{1}{\mu} \frac{\Delta P}{\Delta x} \frac{r^2}{2} + C_1$$

və ya

$$dv_x = \frac{1}{\mu} \frac{\Delta P}{\Delta x} \frac{r}{2} dr + C_1 \frac{dr}{r} \quad (8)$$

(8) tənliyini integrallasaq (4) tənliyinin ümumi həllini aşağıdakı şəkildə alırıq:

$$v_x = \frac{1}{\mu} \frac{\Delta P}{4} \frac{r^2}{x} + C_1 \ln r + C_2 \quad (9)$$

Burada C_1 və C_2 -ixtiyari integrallama sabitləridir.

Fiziki baxımdan $r = 0$ -da sürət sonsuz ola bilməz. Ona görə də $C_1 = 0$ götürürük. C_2 sabitini isə (5) sərhəd şərtindən istifadə edərək son nəticədə v_x sürəti üçün aşağıdakı düsturu alınır:

$$v_x = \frac{1}{4\mu} \frac{\Delta P}{x} (R^2 - r^2)$$

Ədəbiyyat

1. Валландер С. В., Лекции по гидроаэромеханике, Ленинград. Изд. ЛГУ. 1978 г. 296 с.

İKİNCİ TƏRTİB ADİ DİFERENSİAL TƏNLİKLƏR ÜÇÜN KOŞI MƏSƏLƏSİNİN ADAMS-ŞTÖRMER ÜSULLARI İLƏ ƏDƏDİ HƏLLİ

Şəfiyeva Gülşən Xaliq qızı , Əliyeva Şəbnəm İmdar qızı

Bakı Dövlət Universiteti

gulshan.shafiyeva@mail.ru , eliyevasebnem89@gmail.com

Yüksək tərtibli diferensial tənliklər üçün başlanğıc məsələlərin ədədi həllinin əsas üsullarından biri onların müvafiq birinci tərtib tənliklər sisteminə gətirilməsidir. İkinci tərtib diferensial tənliyi nəzərdən keçirək :

$$y'' = f(x, y, y'), \quad x \in [x_0, b] \quad (1)$$

$$y(x_0) = y_0, \quad y'(x_0) = y'_0. \quad (2)$$

$z = y'$ bərabərliyi ilə yeni dəyişən daxil edərək, (1) tənliyindən ona ekvivalent olan sistemə keçirik:

$$\begin{cases} y' = z, \\ z' = f(x, y, z) \end{cases} \quad (3)$$

Onun (2) başlanğıc şərtləri bu şəkildə yenidən yazılacaq:

$$\begin{cases} y(x_0) = y_0 \\ z(x_0) = y'_0 \end{cases} \quad (4)$$

Fərz edək ki, artıq qiymətləri və həllinin, o cümlədən, onun $y'(x)$ törəməsinin bir neçə əvvəlki təxmini qiymətləri məlumdur. nöqtəsində və funksiyalarının təxmini qiymətləri olan və kəmiyyətlərini hesablamaq üçün düsturlar almaq tələb olunur. Onların çıxarılışı üçün (1) tənliyini parçasında integrallayaq, nəticədə məchul funksiyasına nəzərən integral tənliyinə gəlirik:

$$y'(x) = y'(x_i) + \int_{x_i}^x f(t, y, y') dt. \quad (5)$$

$x = x_{i+1}$ götürərək kəmiyyətini məlum təxmini qiyməti ilə əvəz edək və alınan integralda funksiyanın yerinə qiymətləri üzrə qurulmuş Nyuton interpolasiya çoxhədlisini yazaq:

$$P_k(x) = P_k(x_i + qh) = f_i + q\Delta f_{i-1} + \frac{q(q+1)}{2!}\Delta^2 f_{i-2} + \dots + \frac{q(q+1)\dots(q+k-1)}{k!}\Delta^k f_{i-k}. \quad (6)$$

İntegralladıqdan sonra sonlu fərq düsturunu alırıq:

$$y'_{i+1} = y'_i + h\left(f_i + \frac{1}{2}\Delta f_{i-1} + \frac{5}{12}\Delta^2 f_{i-2} + \frac{3}{8}\Delta^3 f_{i-3} + \frac{251}{720}\Delta^4 f_{i-4} + \dots\right). \quad (7)$$

Bu düstur həllin özünün deyil, törəmənin təxmini qiymətlərini tapmaq üçün burada tətbiq edilən ekstrapolyasiya tipli Adams-Başfort üsulunu təmsil edir.

Verilmiş məsələnin həllinin qiymətini (7) düsturunda iştirak edən həmin sonlu fərqlərlə ifadə etmək üçün (5) bərabərliyini x_i -dən x_{i+1} -ə qədər hədlər daxilində integrallayaq. Dəqiq olan

$$y(x_{i+1}) = y(x_i) + \int_{x_i}^{x_{i+1}} \left[y'(x_i) + \int_{x_i}^x f(t, y, y') dt \right] dx$$

bərabərliyi təxmini olan

$$y(x_{i+1}) \approx y_i + hy'_i + \int_{x_i}^{x_{i+1}} \int_{x_i}^x f(t, y, y') dt dx \quad (8)$$

bərabərliklə əvəz edək. (8) tənliyinin sağ tərəfindəki ifadəsini (6) tənliyindəki interpolasiya çoxhədlisi ilə əvəz etsək, üçün alırıq:

$$y_{i+1} = y_i + hy'_i + \int_{x_i}^{x_{i+1}} \int_{x_i}^x P_k(t) dt dx \quad (9)$$

$x = x_i + ph$ və integrallama dəyişənlərini əvəz edib, çoxhədlinin ikiqat integrallanmasını yerinə yetirərək (9)-da yerinə qoysaq, nöqtəsində həllinin özünün təxmini hesablanması üçün sonlu-fərq düsturunu alırıq:

$$y_{i+1} = y_i + hy'_i + \frac{h^2}{2} \left(f_i + \frac{1}{3}\Delta f_{i-1} + \frac{1}{4}\Delta^2 f_{i-2} + \frac{19}{90}\Delta^3 f_{i-3} + \frac{3}{16}\Delta^4 f_{i-4} + \dots \right) \quad (10).$$

(4) və (5) düsturları (1)-(2) məsələsi üçün sonlu-fərq şəklində çoxaddımlı ekstrapolyasiya Adams üsulları ailəsini müəyyən edir.

(6) tənliyində $k=3$ olduğunu fərz etsək, yəni birinci, ikinci və üçüncü fərqlərdən istifadə etdikdə (7) və (10)-dan (1)-(2) məsələsi üçün aşağıdakı aşkar dördaddımlı dördüncü tərtib Adams üsulunu alırıq:

$$\begin{cases} y'_{i+1} = y'_i + \frac{h}{24}(55f_i - 59f_{i-1} + 37f_{i-2} - 9f_{i-3}), \\ y_{i+1} = y_i + hy'_i + \frac{h^2}{360}(323f_i - 264f_{i-1} + 159f_{i-2} - 38f_{i-3}) \end{cases} \quad (11)$$

Fərz edək ki, (1) tənliyinin sağ tərəfində birinci tərtib törəmə iştirak etmir:

$$y'' = f(x, y). \quad (12)$$

Bu zaman Adams metodu ilə hesablamalar daha yığcam edilə bilər. Diqqət yetirmək vacibdir ki, belə halda qiymətlərini hesablayarkən törəmənin qiymətləri tələb olunmur.

(11) tənliyini (5) bərabərliyində nəzərə alaq və parçasında inteqrallayaq:

$$y(x_i) = y(x_{i-1}) + hy'(x_i) + \int_{x_{i-1}}^{x_i} \int_{x_i}^x f(t, y(t)) dt dx. \quad (13)$$

Burada, əvəzinə , əvəzinə və inteqrallaltı funksiyası əvəzinə (6) Nyuton çoxhədlisini qoyaraq (9)-a analoji düsturu alırıq:

$$y_i = y_{i-1} + hy'_i + \int_{x_{i-1}}^{x_i} \int_{x_i}^x P_k(t) dt dx \quad (14)$$

Həmin $x = x_i + ph$ və $t = x_i + qh$ dəyişən əvəzetmələri ilə (14)-də ikiqat inteqrallamanı yerinə yetiririk:

$$\int_{x_{i-1}}^{x_i} \int_{x_i}^x P_k(t) dt dx = h^2 \int_{-1}^0 dp \int_0^p P_k(x_i + qh) dq = h^2 \left(-\frac{1}{2}f_i + \frac{1}{6}\Delta f_{i-1} + \frac{1}{24}\Delta^2 f_{i-2} + \frac{1}{45}\Delta^3 f_{i-3} + \frac{7}{480}\Delta^4 f_{i-4} + \dots \right).$$

Aldığımız bu düsturu (14)-də əvəz edək:

$$y_i = y_{i-1} + hy'_i + \frac{h^2}{2} \left(-f_i + \frac{1}{3}\Delta f_{i-1} + \frac{1}{12}\Delta^2 f_{i-2} + \frac{2}{45}\Delta^3 f_{i-3} + \frac{7}{240}\Delta^4 f_{i-4} + \dots \right). \quad (15)$$

(15) və (10) düsturlarını birgə nəzərdən keçirək. (10) bərabərliyindən (15) bərabərliyini çıxsaq, alırıq:

$$y_{i+1} = 2y_i - y_{i-1} + h^2 \left(f_i + \frac{1}{12}\Delta^2 f_{i-2} + \frac{1}{12}\Delta^3 f_{i-3} + \frac{19}{240}\Delta^4 f_{i-4} + \dots \right) \quad (16)$$

(16) düsturu Ştörmer və ya Adams-Ştörmer düsturu adlanır. Ştörmer üsulu (12), (2) başlanğıc məsələsinin həlli üçün bir aşkar (16) düsturu ilə müəyyən edilir və onun üçün əsas olan Adams üsulu ilə müqayisədə daha sadə və qənaətcildir.

Ədəbiyyat

1. Шафиева Г.Х., Ибрагимов В.Р., Об одном свойстве метода Штермера, Международный научный журнал "In The World of Science and Education" (2025), 43-51;
2. Frankena J.F., Störmer-Cowell: straight, summed and split. An overview, Journal of Computational and Applied Mathematics 62 (1995), 129-154;

3. Kayode S.J., Ige O.S., Implicit Four Step Stormer-cowell-type Method for General Second Order Ordinary Differential Equations, Asian Journal of Physical and Chemical Sciences, (2018), 1-10;
4. Kolawole F.M., Olaide A.A., Momoh A.A., Emanuel N., Continuous Hybrid Block Stormer Cowell Methods for Solutions of Second Order Ordinary Differential Equations, J. Math. Comput. Sci., 4 (2014), 118-127.

DAXİLİ TƏZYİQLİ İÇİBOŞ KÜRƏNİN GƏRGİNLİK VƏZİYYƏTİ

Sevdimaliyev Yusif Məmmədəli oğlu, Mamedova Zabikə Namiq qızı

Bakı Dövlət Universiteti

yusifsev@bsu.edu.az, zabikammmdova@gmail.com

Mühəndislik konstruksiyalarında daxili təzyiq altında işləyən elementlərin möhkəmliyinin və dayanıqlığının təhlili mühüm rol oynayır[2],[3]. Xüsusilə içi boş kürə formalı cisimlərdə gərginliklərin paylanması onların təhlükəsiz istismarının eyni zamanda etibarlılığının təmin olunması baxımından önəmlidir. Bu işdə daxili təzyiq təsiri altında olan içi boş kürədə yaranan radial və çevrəvi gərginliklər araşdırılır, həm elastik, həm də elastiki-plastik vəziyyətlər təhlil olunur. Təzyiqin artması ilə materialın xüsusiyyətinin dəyişməsi və plastik sahənin yaranması hadisəsi nəzərdən keçirilir. Daxili təzyiq təsiri altında olan içiboş kürənin elastiki-plastik tarazlıq vəziyyəti mexanikada mühüm mövzulardan biridir. Kürə mərkəzi simmetriyaya malik olduğuna görə (r, φ, θ) - sferik koordinatlar sürüşmə deformasiyaları və toxunan gərginliklər sıfıra bərabər olur. Bu halda kürənin hər bir elementi sadə yüklənmə vəziyyətində olur, çünki baş gərginliklərin istiqamətləri dəyişmir. Burada σ_r -radial gərginlik, σ_φ -çevrəvi gərginlik (tangensial) bu gərginliklər sadəcə radiusdan asılı olurlar. Kürə üçün müvazinət tənliyini aşağıdakı şəkildə yazırıq [1],[8]:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + 2\frac{\sigma_r - \sigma_\varphi}{r} = 0.$$

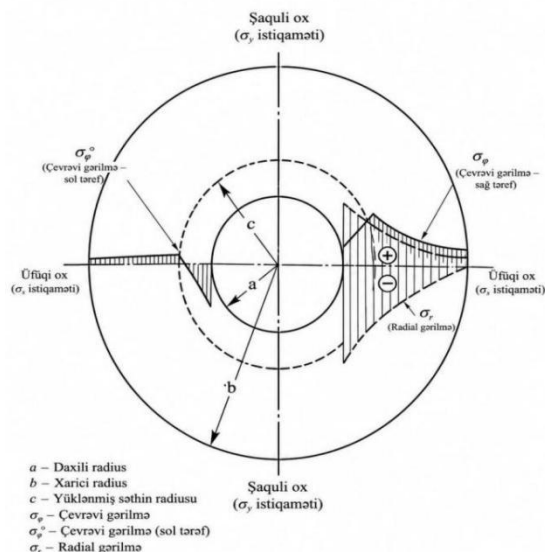
Sərhəd şərtlərini yazaq: olduqda, və olduqda, $\sigma_r = 0$

Burada a -daxili radius b -xarici radiusdur.

Elastiki vəziyyət. Daxili təzyiq kiçik olarsa, kürə elastik vəziyyətdə olur. Yazılmış tənliklərdən və Huk qanunundan istifadə etməklə aşağıdakı həlləri alırıq:

$$\sigma_r = \bar{p} \left(1 - \frac{b^3}{r^3} \right), \text{radial gərginlik, } -\text{çevrəvi normal gərginlik}$$

Bu mərhələdə artıq kürənin daxili səthində maksimum gərginlik yaranır ($r = a$) [5],[6].



Plastiki vəziyyətə keçid. Daxildəki təzyiq müəyyən kritik həddə çatarsa, material daxili səthdən başlayaraq plastik vəziyyətə keçir. Axma şərti belə yazılır:

$$\sigma_\phi - \sigma_r = \pm \sigma_s$$

Burada σ_s -axma gərginliyidir. Burada təzyiq artdıqca plastik sahə genişlənir və radius boyunca yayılır [7].

Elastiki-plastik vəziyyət. Plastik və elastik vəziyyətlərə uyğun olaraq kürəni iki hissəyə bölürük- birinci hissəyə plastik [9], ikinci hissəyə elastik[4] sahə deyirik. Plastik sahə ($a \leq r \leq c$), elastik sahə ($c \leq r \leq b$). Burada c -sərhəd radiusudur.

Plastik sahə üçün tarazlıq tənliyi aşağıdakı şəkllə salınır:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} - \frac{2\sigma_s}{r} = 0.$$

İnteqrallanma nəticəsində: , və alınır

Nəticə. Daxili təzyiq altında içiboş kürədə gərginliklərin paylanması qeyri-xəttili olur və radiusdan asılı olur. Burada təzyiq artdıqca sahə elastik vəziyyətdən plastik vəziyyətə keçir yəni plastik sahə genişlənir deyə bilərik. Ən böyük gərginliklər daxili səthdə yaranır və bu konstruksiyanın möhkəmliyi baxımından kritik nöqtə hesab olunur.

Ədəbiyyat

1. Timoshenko S.P., Goodier J.N. – Theory of Elasticity, McGraw-Hill, 1970
2. Ugural A.C., Fenster S.K. – Advanced Strength and Applied Elasticity-2003
3. Sadd M.H. – Elasticity: Theory, Applications, and Numerics-2020.
4. Budynas R.G., Nisbett J.K. – Shigley's Mechanical Engineering Design, 2015
5. Boresi A.P., Schmidt R.J. – Advanced Mechanics of Materials.-New York: Wiley, 6th edition, 2003.

6. Gere J.M., Goodno B.J. – Mechanics of Materials-Cengage learning, 8th edition, 2013
7. Chakrabarty J. – Theory of Plasticity, 2006
8. Hill R. – The Mathematical Theory of Plasticity Oxford: Oxford University Press, 1998
9. Hibbeler R.C. – Mechanics of Materials-2017

DAYANIQSIZ PARABOLİK TƏNLİK ÜÇÜN BİR OPTİMAL İDARƏETMƏ MƏSƏLƏSİNDƏ İDARƏEDİCİNİN VARLIĞI.

Tağıyev Hikmət Tahir oğlu, Əhmədova Nuranə Elnur qızı
Bakı Dövlət Universiteti

tagiyevht@gmail.com, ahmadovanuranaa@gmail.com

Fərz edək ki, idarə olunan proses $Q = \Omega \times (0, T)$, $\Omega \subset R^2$ silindrində

$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial t} - \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x_1^2} - \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x_2^2} - u^3(x, t) = v(x, t), (x, t) \in Q \quad (1)$$

parabolik tənliyi

$$u(x, 0) = \varphi(x), \quad x \in \Omega \quad (2)$$

başlangıç şərti və

$$\left. \frac{\partial u}{\partial \nu} \right|_S = \int_{\Omega} K(x, y) u(y, t) dy, (x, t) \in S \quad (3)$$

integral şərti ilə təsvir olunur. Burada $u(x, t)$ sisteminin vəziyyəti, $v(x, t)$ idarəedici funksiya, $\Omega \subset R^n$ -də məhdud oblast, $S = \partial\Omega \times (0, T)$ Q silindrinin yan səthi, $\partial\Omega$ Ω oblastının sərhədi, ν xarici normal, $\varphi(x) \in W_2^1(\Omega)$, $K(x, y) \in L_{\infty}(\Omega \times \Omega)$, $K(x, y) = K(y, x)$, $\frac{\partial K(x, y)}{\partial x} \in L_2(\Omega \times \Omega)$ verilmiş funksiyalardır.

(v, u) idarəedici-vəziyyət cütünə o zaman mümkün cüt deyəcəyik ki, $v(x, t) \in V \subset L_2(Q)$, $u(x, t) \in L_6(Q)$ olsun və həmin cüt (1)-(3)-ü ödəsin, $V \subset L_2(Q)$ -də qapalı, qabarıq çoxluqdur və $V \neq \emptyset$ [3, s. 216-235].

Əgər $u \in L_6(Q)$ isə (1)-dən alınır ki,

$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial t} - \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x_1^2} - \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x_2^2} = u^3 + v(x, t) = f \in L_2(Q) \quad (4)$$

Mümkün cütlər çoxluğu üzərində aşağıdakı kimi $J(v, u)$ funksionalını təyin edək.

$$J(v, u) = \frac{1}{6} \|u - u_d\|_{L_6(Q)}^6 + \frac{N}{2} \|v\|_{L_2(Q)}^2 \quad (5)$$

Burada $u_d \in L_6(Q)$ verilmiş funksiya, $N > 0$ verilmiş ədəddir.

Optimal idarəetmə məsələsi mümkün idarəedici-vəziyyət cütlər çoxluğunda $J(v, u)$ funksionalının minimumunu tapmaqdan ibarətdir.

Əgər $\{v_0, u_0\}$ cütü mümkün cütlər çoxluğunda $J(v, u)$ funksionalına minimum qiymət verirsə, ona qoyulmuş məsələdə optimal cüt deyəcəyik.

Teorem: Məsələnin verilənləri üzərinə qoyulmuş şərtlər daxilində baxılan optimal idarəetmə məsələsində optimal cüt var.

Ədəbiyyat

1. Quliyev H.F., Əsgərov L.M., Kəşikli həlli olan ikinci tərtibli hiperbolik tənliyin aparıcı əmsalı üzrə optimal idarəetmə məsələsi, Bakı Dövlət Universiteti, Riyaziyyat və Kompüter Elmləri Jurnalı.
2. Quliyev H.F., Qasımov Y.S., Tağıyev H.T., Hüseynova T.M., Qeyri-lokal şərtlə verilmiş dalğa tənliyinin sağ tərəfinin təyin olunmasına dair tərs məsələ, Tomsk Dövlət Universitetinin Riyaziyyat və Mexanika Jurnalı, 2017.
3. Quliyev H.F., Tağıyev H.T., Zəif qeyri-xətti hiperbolik tənlik üçün qeyri-lokal şərtlərlə optimal idarəetmə məsələsi, Optimal idarəetmə: tətbiqlər və metodlar, 2013.
4. Lions J.L., Paylanmış sistemlərin optimal idarə olunması, Moskva: Nauka, 1987.

MAYE-QAZ QARIŞIĞININ FAZA KEÇİDLƏRİNİ NƏZƏRƏ ALARAQ BORUDA HƏRƏKƏT DİNAMİKASININ MODELLEŞDİRİLMƏSİ

Yusibova Ləman Nüsrət qızı

Bakı Dövlət Universiteti

yusibovalaman@gmail.com

Maye-qaz qarışığının faza keçidlərini və konvektiv həddi nəzərə alaraq birinci yaxınlaşmada fazalar arasındakı sürtünmə qüvvəsini nəzərdən atsaq boruda impuls və kütlə saxlanması tənlikləri aşağıdakı kimi olarlar:

$$\begin{aligned}
 -\frac{\partial P}{\partial x} &= \frac{\partial Q_i}{\partial t} + 2aQ_i + V_{10} \frac{\partial Q_i}{\partial x} + \frac{P}{P_{atm}} \rho_{atm} g \\
 -\frac{1}{c_i^2} \frac{\partial P}{\partial t} &= \frac{\partial F_i}{\partial x} + \rho_i \frac{\partial F_i}{\partial t} \\
 Q_i &= \rho_i V_i
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

Burada $i = 1$ qazın, $i = 2$ isə mayenin parametrlərinə aiddir, $c_i \rightarrow$ səsin qazda yayılma sürətidir, $\rho_i \rightarrow$ hər bir fazanın ayrılıqda həqiqi sıxlığıdır, $\varphi_i \rightarrow$ hər bir fazanın həcm payıdır, $x \rightarrow$ koordinat, t -zaman, $P \rightarrow$ təzyiq,

$g \rightarrow$ sərbəstdüşmə təcili, $V_{10} -$ qarışıq selinin stasionar hərəkət rejimində orta sürətidir, $Q_i \rightarrow$ hər bir fazanın ayrılıqda kütlə sərfidir.

Əvvəlcə qaz fazanın hərəkətinə baxaq:

(1) tənliyindən $x - \vartheta$ görə, (2) tənliyindən isə $t - yə$ görə törəmə alıb, tərəf-tərəfə çıxsaq alarıq və xəttilləşdirsək alarıq:

$$\begin{aligned} \frac{\vartheta^2 P}{\partial t^2} = & c_1^2 \cdot \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} - 2a \frac{\partial P}{\partial t} - 2ac_1^2 \frac{P_0}{P_{atm}} \rho_{atm} \cdot k \cdot \frac{\partial P}{\partial t} - V_{10} \frac{\partial^2 P}{\partial x \partial t} - c_1^2 \frac{P_0}{P_{atm}} \rho_{atm} \cdot k \cdot \\ & \frac{\partial^2 P}{\partial x \partial t} + c_1^2 \frac{\rho_0}{P_{atm}} \rho_{atm} \cdot g \cdot \frac{\partial P}{\partial x} - c_1^2 \frac{P_0}{P_{atm}} \rho_{atm} \cdot \frac{\vartheta^2 P}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (2)$$

Başlangıç və sərhəd şərtləri

$$P/t=0 = f(x) \quad 0 < x < l \quad (3)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} / t=1 = 0 \quad 0 \leq x \leq l \quad (4)$$

$$P/x=0 = P_c(t) \quad t > 0 \quad (5)$$

$$P/x=l = P_{yc} \quad t > 0 \quad (6)$$

(2) tənliyinin (3)və (4) sərhəd şərtlərini ödəyən həllini aşağıdakı kimi axtara bilərik:

$$P = P_c(t) - \frac{P_c(t) - P_{yc}(t)}{l} x + \sum \varphi_i(t) \sin \frac{i\pi x}{l} \quad (7)$$

Burada $\varphi_i(t)$ - zamandan asılı naməlum funksiyadır. (7) ifadəsini (2) tənliyində yerinə yazıb alınan ifadənin hər 2 tərəfini : $\sin \frac{i\pi x}{l}$ -ə vurub 0-dan l-ə qədər integrallayıb və alınan tənliyin həllini 0-dan l-ə qədərə tapsaq və alınan tənliyin həllinin tapıb (5) ifadəsində yerinə yazsaq alarıq:

$$\begin{aligned} P = & P_c(t) - \frac{P_c(t) - P_{yc}(t)}{l} x + \sum \varphi_i(0) e^{-at} \cos \vartheta_i t + \frac{\dot{\varphi}_i(0)}{\vartheta_i} e^{-at} \sin \vartheta_i t \\ & + \frac{2a\varphi_i(0)}{\vartheta_i} \vartheta_i t - \frac{a}{\vartheta} e^{-at} \sin \vartheta_i t - \\ & \frac{2}{i\pi} \cdot \frac{1}{1 + c_1^2 \cdot \frac{P_0}{P_{atm}} \rho_{atm} \cdot k \cdot \vartheta_i} \int_0^t \ddot{P}_c(t) e^{-a(t-\tau)} \sin \vartheta_i(t-\tau) d\tau + \frac{(-1)^i 2}{i\pi} \\ & \cdot \frac{2}{\left(1 + c_1^2 \cdot \frac{P_0}{P_{atm}} \rho_{atm}\right) \cdot \vartheta_i} \int_0^t \ddot{P}_{yc}(t) e^{-a(t-\tau)} \sin \vartheta_i(t-\tau) d\tau + \frac{4a(-1)^i}{i\pi} \\ & \cdot \frac{1}{\left(1 + c_1^2 \cdot \frac{P_0}{P_{atm}} \rho_{atm}\right) \cdot \vartheta_i} \int_0^t P_{yc}(t) e^{-a(t-\tau)} \sin \vartheta_i(t-\tau) d\tau \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{4ac_1^2 \cdot \frac{P_0}{P_{atm}} \rho_{atm} \cdot k \cdot \frac{1}{i\pi} (-1(-1)^i)}{\left(1 + c_1^2 \cdot \frac{P_0}{P_{atm}} \rho_{atm}\right) \cdot \vartheta_i} \int_0^t \dot{P}_c(t) e^{-a(t-\tau)} \sin^{\vartheta_i}(t-\tau) d\tau + \\
& + \frac{4ac_1^2 \cdot \frac{P_0}{P_{atm}} \rho_{atm} \cdot k}{\left(1 + c_1^2 \cdot \frac{P_0}{P_{atm}} \rho_{atm}\right) \cdot \vartheta_i} - \frac{1}{i\pi} \int_0^t \dot{P}_c(t) e^{-a(t-\tau)} \sin \vartheta_i(t-\tau) d\tau + \\
& + \frac{4aC_1^2 \cdot \frac{P_0}{P_{atm}} \rho_{atm} \cdot k}{\left(1 + c_1^2 \cdot \frac{P_0}{P_{atm}} \rho_{atm}\right) \cdot \vartheta_i} \cdot \frac{1}{i\pi} \int_0^t \dot{P}_c(t) e^{-a(t-\tau)} \sin \vartheta_i(t-\tau) d\tau + \\
& + \frac{2V_{10}}{li\pi} \frac{1}{\left(1 + c_1^2 \cdot \frac{P_0}{P_{atm}} \rho_{atm}\right) \cdot \vartheta_i} \int_0^t \dot{P}_c(t) e^{-a(t-\tau)} \sin \vartheta_i(t-\tau) d\tau \quad (8)
\end{aligned}$$

Beləliklə alınan (8)-tənliyinin köməyi ilə faza keçidlərini nəzərə alaraq burada ox boyunca təzyiq sahəsi və p-ni (1) tənliyində yerinə yazmaqla isə kütlə sərfi tapıla bilər.

Ədəbiyyat

1. Abbasov E.M., Ağayeva N.A. Rezervuar-Turbin Boru Kəməri Sistemində Qaz-Maye Qarışığının Hərəkəti. // Mühəndislik və Fizika Jurnalı. 2023, Cild 96
2. Charny, I.A. Borularda həqiqi mayenin qeyri-sabit hərəkəti. Moskva, Nedra Nəşriyyatı, 1975.
3. Dech G. "Laplas çevirməsinin praktiki tətbiqinə dair rəhbərlik Moskva: Nauka, 1968.
4. Landau L.D., Lifşits. E.M. Hidrodinamika. Moskva. Elm 1986
5. Leybenzon L.S. Sobranie. Əsərlər toplusu. II cild, Yeraltı Hidroqaz Dinamikası. Moskva, 1953

ALTITƏRTİBLİ HİPERBOLİK TƏNLİK ÜÇÜN BİR LOKAL OLMAYAN SƏRHƏD MƏSƏLƏSİ

Yusubov Şakir Şıxı oğlu, Babayeva Səbinə Rövşən qızı

Bakı Dövlət Universiteti

yusubov.shakir@mail.ru, sebinebabaeva99@gamil.com

İşdə $G = \{x = (x_1, x_2, x_3): x_i \in G_i = (x_i^0, x_i^1), i = 1, 2, 3\}$ oblastında verilmiş

$$(l_{222}u)(x) \equiv D_1^2 D_2^2 D_3^2 u(x) + \sum_{\substack{i_1+i_2+i_3 \leq 6 \\ 0 \leq i_k \leq 2 \\ k=1,2,3}} a_{i_1 i_2 i_3}(x) D_1^{i_1} D_2^{i_2} D_3^{i_3} u(x) + a(x)u(\bar{x}) = \varphi_{222}(x) \quad (1)$$

altıtərtibli hiperbolik tənliyinin

$$\begin{aligned} (l_{i_1 00}u)(x_2, x_3) &\equiv D_1^{i_1} u(x_1^0, x_2, x_3) \\ &= \varphi_{i_1 00}(x_2, x_3), (x_2, x_3) \in G_2 \times G_3, i_1 = \overline{0,1}, \\ (l_{2 i_2 0}u)(x_1, x_3) &\equiv D_1^2 D_2^{i_2} u(x_1, x_2^0, x_3) \\ &= \varphi_{2 i_2 0}(x_1, x_3), (x_1, x_3) \in G_1 \times G_3, i_2 = \overline{0,1}, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} (l_{220}u)(x_1, x_2) &\equiv D_1^2 D_2^2 u(x_1, x_2, x_3^0) \\ &= \varphi_{220}(x_1, x_2), (x_1, x_2) \in G_1 \times G_2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (l_{221}u)(x_1, x_2) &\equiv \beta_1 D_1^2 D_2^2 D_3 u(x_1, x_2, x_3^0) + \beta_2 D_1^2 D_2^2 D_3 u(x_1, x_2, x_3^1) \\ &= \varphi_{221}(x_1, x_2), (x_1, x_2) \in G_2 \times G_3 \end{aligned}$$

şərtləri daxilində həllinin varlığı və yeganəliyi araşdırılır. Burada $u(x) = u(x_1, x_2, x_3)$ – axtarılan funksiya, $D_s^k = \frac{\partial^k}{\partial x_s^k}$ – Sobolev mənasında ümumiləşmiş törəmə, $a(x)$ və $a_{i_1 i_2 i_3}(x)$, $i_k = \overline{0,1}$, $k = 1,2,3$ – funksiyaları G -də verilmiş ölçülən funksiyalar olub, $a(x)$ və $a_{i_1 i_2 i_3}(x) \in \mathcal{L}_p(G)$, $i_k \neq 2$, $k = 1,2,3$;

$$a_{2 i_2 i_3}(x) \in \mathcal{L}_{\infty, p, p}^{x_1, x_2, x_3}(G), a_{i_1 2 i_3}(x) \in \mathcal{L}_{p, \infty, p}^{x_1, x_2, x_3}(G), a_{i_1 i_2 2}(x) \in \mathcal{L}_{p, p, \infty}^{x_1, x_2, x_3}(G),$$

$$a_{22 i_3}(x) \in \mathcal{L}_{\infty, \infty, p}^{x_1, x_2, x_3}(G), a_{2 i_2 2}(x) \in \mathcal{L}_{\infty, p, \infty}^{x_1, x_2, x_3}(G), a_{i_1 22}(x) \in \mathcal{L}_{p, \infty, \infty}^{x_1, x_2, x_3}(G),$$

$i_k = \overline{0,1}$, $k = 1,2,3$; həmçinin $\varphi_{i_1 00}(x_2, x_3)$, $\varphi_{2 i_2 0}(x_1, x_2)$, $\varphi_{22 i_3}(x_1, x_2)$, $i_k = \overline{0,1}$, $k = 1,2,3$ verilmiş ölçülən funksiyalar olub, $\varphi_{i_1 00}(x_2, x_3) \in w_p^{(2,2)}(G_2 \times G_3)$, $\varphi_{2 i_2 0}(x_1, x_3) \in w_p^{(0,2)}(G_1 \times G_3)$, $\varphi_{22 i_3}(x_1, x_2) \in \mathcal{L}_p(G_1 \times G_2)$, $i_k = \overline{0,1}$, $k = 1,2,3$; $1 \leq p < \infty$, $\bar{x} \in G$ -qeyd olunmuş nöqtədir, β_1, β_2 həqiqi ədədlər olub, $\beta_1 + \beta_2 \neq 0$ şərtini ödəyirlər.

(1), (2) məsələsinin həlli $D_1^2 D_2^2 D_3^2 u$ dominant qarışıq törəməli

$$W_p^{(2,2,2)}(G) = \{u \in \mathcal{L}_p(G) \mid D_1^{i_1} D_2^{i_2} D_3^{i_3} u \in \mathcal{L}_p(G), i_k = \overline{0,2}, k = 1,2,3\}$$

Sobolev fəzasında axtarılır.

İşdə (1), (2) məsələsinin verilənləri üzərinə qoyulmuş müəyyən şərtlər daxilində məsələnin həllinin varlıq və yeganəliyi tədqiq edilir. Qeyd edək ki, (1) tənliyində $a(x) \equiv 0, x \in G$ olan hal Dirixle məsələsi üçün [1] işində araşdırılıb.

Ədəbiyyat

1. Юсубов Ш.Ш. О двух различных постановках задачи Дирихле для одного псевдопараболического уравнения шестого порядка // Вестник Бакинского Университета, серия физ.-мат.наук 2016, №1, с.37-41

ÜÇTƏRTİBLİ YÜKLƏNMİŞ HİPERBOLİK TƏNLİK ÜÇÜN LOKAL OLMAYAN BİR SƏRHƏD MƏSƏLƏSİ

Yusubov Şakir Şıxı oğlu, Həsənova Leyla Kazım qızı, Ələkbərova Fatimə Namid qızı
Bakı Dövlət Universiteti

yusubov_shakir@mail.ru, leyla.hasanmath@gmail.com, alekberovafatima00@gmail.com

$$\begin{aligned} \text{İşdə } Q = \{t = (t_1, t_2): t_i \in Q_i = (t_i^0, T_i), i = 1, 2\} \text{ oblastında} \\ (l_{21}z)(t) \equiv D_1^2 D_2 z(t) + b_{20}(t) D_1^2 z(t) + b_{11}(t) D_1 D_2 z(t) + \\ + b_{10}(t) D_1 z(t) + b_{01}(t) D_2 z(t) + b_{00}(t) z(t) + b(t) z(\bar{t}) + \\ + c(t) z(\omega_1(t_1), \omega_2(t_2)) \chi(\omega_1(t_1), \omega_2(t_2)) + \\ + \int_{t_1^0}^{t_1} K(t, \mu_1) [D_1^2 D_2 z(\mu_1, t_2) + D_1 D_2 z(\mu_1, t_2)] d\mu_1 = \delta_{21}(t), \quad t \in Q \end{aligned} \quad (1)$$

üçtərtibli hiperbolik tənliyinin

$$\begin{aligned} (l_{20}z)(t_1) &\equiv \alpha_1 D_1^2 z(t_1, t_2^0) + \alpha_2 D_1^2 z(t_1, T_2) = \delta_{20}(t_1), \quad t_1 \in Q_1, \\ (l_{11}z)(t_2) &\equiv D_1 D_2 z(t_1^0, t_2) = \delta_{11}(t_2), \quad t_2 \in Q_2, \\ (l_{01}z)(t_2) &\equiv D_2 z(t_1^0, t_2) = \delta_{01}(t_2), \quad t_2 \in Q_2, \\ l_{10}z &\equiv D_1 z(t_1^0, t_2^0) = \delta_{10}, \\ l_{00}z &\equiv z(t_1^0, t_2^0) = \delta_{00} \end{aligned} \quad (2)$$

sərhəd şərtlərini ödəyən həllinin tapılması məsələsinə baxılır, burada $z(t)$ axtarılan funksiya, $D_i^k = \frac{\partial^k}{\partial x_i^k}$ -S.L.Sobolev mənada ümumiləşmiş törəmədir.

Məsələnin verilənləri üzərinə aşağıdakı şərtləri qoyaq:

- 1) $b_{20}(t), b_{11}(t), b_{10}(t), b_{01}(t), b_{00}(t), b(t), c(t)$ funksiyaları Q oblastında ölçüləndirlər və $b_{10}(t), b_{00}(t), b(t), c(t) \in L_p(Q)$;

- 2) elə $b_{i1}^0(t_1) \in L_p(Q_1), i = 0, 1, b_{20}^0(t_2) \in L_p(Q_2)$ funksiyaları var ki, sanki bütün $t \in Q$ nöqtələri üçün $|b_{i1}(t)| \leq b_{i1}^0(t_1), i = 0, 1, |b_{20}(t)| \leq b_{20}^0(t_2)$ bərabərsizlikləri ödənsin;
- 3) $K(t, \mu_1)$ funksiyası $Q \times Q_1$ oblastında ölçüləndir və elə $K^0(t_1, \mu_1) \in L_{p,q}^{t_1, \mu_1}(Q_1 \times Q_1)$ funksiyası var ki, sanki bütün $t \in Q, \mu_1 \in Q_1$ üçün $|K(t, \mu_1)| \leq K^0(t_1, \mu_1)$ olsun;
- 4) tənliyin və sərhəd şərtlərinin sağ tərəfində olan funksiyalar üçün $\delta_{21}(t) \in L_p(Q), \delta_{20}(t_1) \in L_p(Q_1), \delta_{i1}(t_2) \in L_p(Q_2), \delta_{i0} \in R, i = 0, 1$;
- 5) $\omega_i(t_i)$ funksiyası $Q_i, i = 1, 2$ çoxluğunda verilmiş ölçülən funksiyadır;
- 6) $\chi_i(\omega_i(t_i)), i = 1, 2$ funksiyası $\overline{Q_i}, i = 1, 2$ parçasının xarakteristik funksiyasıdır;
- 7) $\bar{t} = (\bar{t}_1, \bar{t}_2) \in Q$ hər hansı qeyd olunmuş nöqtə, $t_i^0, T_i \in R, i = 1, 2, t_i^0 < T_i$;
- 8) α_1, α_2 həqiqi ədədlər olub, $\alpha_1 + \alpha_2 \neq 0$.

(1), (2) məsələsinin həlli $W_p^{(2,1)}(Q)$ funksiyalar fəzasında axtarılır və məsələnin həllinin varlıq və yeganəliyi araşdırılır. (1) tənliyinin xüsusi halı əmsallarda məxsusiyyət olduqda [1] işində araşdırılmışdır.

Ədəbiyyat

1. Юсубов Ш.Ш. Задача Коши для псевдопараболического уравнения третьего порядка с сингулярными коэффициентами. Известия Педагогического Университета. Серия естественных наук. 2015. №1. с.34-38.

О СКОРОСТНЫХ СВОЙСТВАХ СЛЕДОВ ФУНКЦИЙ, ПРЕДСТАВЛЕННЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫМИ ОПЕРАТОРАМИ С ПОЧТИ МОНОТОННЫМИ ЯДРАМИ, ГАРМОНИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ФУРЬЕ- БЕССЕЛЯ

Абдуллаев Садиг Керим оглы, Гейдарова Руфина Садиг гызы

Бакинский Государственный Университет

sadig.abdullaev@mail.ru, rufinaheydrova@gmail.com

Пусть l и k , целые числа, $n = m + k \geq 1, R^l$ - евклидово пространство размерности l , $R_{m+0,0}^+ \equiv R^m$.

$T: u \rightarrow T_{\gamma_{n,k}}^y(u(x))$ - оператор обобщенного сдвига, порожденный оператором Лапласа-Бесселя [1]:

$$\Delta_{B_{m+k,k}}(x) = \sum_{i=1}^m \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} + \sum_{j=m+1}^{m+k} \left(\frac{\partial^2}{\partial x_j^2} + \frac{\gamma_j}{x_j} \frac{\partial}{\partial x_j} \right), \gamma_{m+1} > 0, \dots, \gamma_{m+k} > 0$$

$\gamma_{n,k} \stackrel{\text{def}}{=} (0, \dots, 0, \gamma_{m+1}, \dots, \gamma_{m+k}) \in R_{n,k}^+, |\gamma_{n,k}| = \sum_{i=1}^k \gamma_{m+i},$

и $y^{\gamma_{n,k}} = y_{m+1}^{\gamma_{m+1}} \dots y_{m+k}^{\gamma_{m+k}}, d\mu_{n,k}(y) = y^{\gamma_{n,k}} dy$, если $y \in R_{n,k}^+$. Если $k = 0$, то - обычный сдвиг [2].

семейство функций f таких, что возрастает (почти возрастает), убывает (почти убывает) и при малых сходится интеграл $\int_0^\varepsilon \omega(t) dt$ [3].

$K_{\gamma_{n,k}}(p, \tilde{\Omega}_{p,\alpha})$ семейство субаддитивных операторов A таких, что

1) $Af(x)$ существует для почти всех $x \in R_{n,k}^+$, когда $f \in L_{p,\gamma_{n,k}}(R_{n,k}^+)$

$$= \left[f - \text{изм.} : \|f : L_{p,\gamma_{n,k}}(R_{n,k}^+)\| = \left(\int_{R_{n,k}^+} |f(y)|^p d\mu_{\gamma_{n,k}}(y) \right)^{1/p} < +\infty \right]$$

2) Существуют и $C > 0$, такие, что

$$|Af(x)| \leq C \int_{R_{m+k,k}^+} T^y(|f(x)|) \omega(|y|) |y|^{-(m+k+|\gamma_{n,k}|)} d\mu_{n,k}(y),$$

$A \in K_{\gamma_{n,k}}^{\alpha_\omega}(p, \tilde{\Omega}_{p,\alpha})$ [4], если $A \in K_{\gamma_{n,k}}(p, \tilde{\Omega}_{p,\alpha})$ и

$$\exists \alpha_\omega \in (0, \alpha_{n,k}/p), \exists c > 0, \quad \omega(\tau) \leq c\tau^{\alpha_\omega} > 0.$$

Когда и $s \in \{1, \dots, n-1\}$, разбиваем на прямую сумму пространств $R_{s,k_s}^+, R_{s',k'_s}^+$ точек (координаты фиксируются) и ${}_s x$, так что,

Пусть ${}_s x$ выбрана и Теперь аналогичным образом разложим R_{s,k_s}^+ на сумму пространств $R_{t,(k_s)_t}^+$ и $R_{s-t,(k_s-(k_s)_t)}^+$ точек (координаты фиксируются) и ${}_t({}_s x)$; [5].

N^* — семейство неотрицательных функций $\varphi(\tau)$, таких, что для почти всех при малых ε .

Доказывается

Теорема. Пусть $1 \leq p < +\infty$, $n \geq 2$, $t \in \{1, \dots, s\}$, и $A \in K_{\gamma_{n,k}}^{\alpha_\omega}(p, \tilde{\Omega}_{p,\alpha})$, а также $\frac{\alpha_{n-s,k'_s}}{p} < \alpha_\omega$ и такое, что, $\varphi \in N^*$ и сходится интеграл

$$\int_\xi^{+\infty} \tau^{-(\beta_{q_s,t}+1)} \varphi(\tau) d\tau, \quad \xi > 0,$$

где $\beta_{q_s,t} = (t + |\gamma_{t,(k_s)_t}|) / q_s$.

Тогда, если,

$$\lim_{\xi \rightarrow 0} \varphi(\xi) \left\{ \int_{\{x \in R_{n,k}^+ : |{}_t({}_s x)| \leq \xi\}} |f(x)|^p d\mu_{n,k}(x) \right\}^{1/p} = 0,$$

то равномерно по ${}_s x$

$$\lim_{\xi \rightarrow 0} (Z^*(\varphi^{-1}))^{-1}(\xi) \left\{ \int_{\{x \in R_{s,k_s}^+ \mid |t(sx)| \leq \xi\}} |A(f)(\cdot, sx')|^{q_s} d\mu_{s,k_s}(x) \right\}^{1/q_s} = 0,$$

$$Z^*(\varphi)(\xi) = \xi^{\beta_{q_s,t}} \int_{\xi}^{+\infty} \tau^{-(\beta_{q_s,t}+1)} \varphi(\tau) d\tau, \quad \xi > 0.$$

Литература

1. B.M. Levitan. Uspekhi Mat. Nauk, 6 (1951), no. 2, pp.102-143.
2. K. Abdullayev, E.A.Mammadov. Nonlinear Analysis and Differential Equations, Vol.5, 2017, no. 2, 75 – 88.
3. S.K.Abdullayev, E.A.Mammadov. Украинский математический журнал, т.72,2020, №1,3-19 .
4. Абдуллаев С.К., Гаджиева Р.О., Бахшиева Назрин Элхан гызы.О скоростных свойствах следов функций, представленных интегральными операторами гармонического анализа фурье-бесселя//Azərbaycan Xalqının Ümummilli Lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 101-ci il dönümünə həsr olunmuş Riyaziyyat, Mexanika və onların tətbiqləri adlı respublika elmi konfransının materialları, Bakı-2024.
5. Абдуллаев Садиг, Гейдарова Руфина, О скоростных свойствах следов функций, представленных обобщенными потенциалами Бесселя, Ələkbər oğlu Mahmudzadənin anadan olmasının 90-cı ildönümünə həsr olunmuş "İnformasiya texnologiyaları, süni intellekt, böyük verilənlər: müasir meyllər və perspektivli tədqiqatlar" mövzusunda Respublika elmi-praktik konfrans materialları, Bakı-2025.

ОБ ОДНОМ МУЛЬТИПЛИКАТИВНОМ НЕРАВЕНСТВЕ ДЛЯ ФУНКЦИЙ ДВУХ ПЕРЕМЕННЫХ

Абдуллаев Фуад Агджа оглы, Солтанова Раида Валех гызы

Бакинский Государственный Университет

fuadabdullaev@mail.ru, raide.soltanova2004@gmail.com

Через обозначим пространство непрерывных на функций с нормой

$$\|f\|_C = \max_{(x,y)} |f(x,y)| \quad (1)$$

Для введем еще и следующую норму

$$\|f\|_{L_p} = \left(\int_a^b \int_c^d |f(x,y)|^p dx dy \right)^{1/p}, \quad p \geq 1. \quad (2)$$

Введем следующие обозначения:

$$\Delta_h^{1,0} f(x,y) = f(x,y) - f(x+h,y), \quad \Delta_h^{0,1} f(x,y) = f(x,y) - f(x,y+h)$$

$$\Delta_{h_1, h_2}^{1,1} f(x, y) = f(x, y) - f(x + h_1, y) - f(x, y + h_2) + f(x + h_1, y + h_2)$$

$$\omega_f^{1,0}(\delta) = \sup_{|h| \leq \delta} \|\Delta_h^{1,0} f(x, y)\|_C, \quad 0 < \delta \leq \frac{b-a}{2}, \quad (3)$$

$$\omega_f^{0,1}(\eta) = \sup_{|h| \leq \eta} \|\Delta_h^{0,1} f(x, y)\|_C, \quad 0 < \eta \leq \frac{d-c}{2}, \quad (4)$$

$$\omega_f^{1,1}(\delta, \eta) = \sup_{|h_1| \leq \delta, |h_2| \leq \eta} \|\Delta_{h_1, h_2}^{1,1} f(x, y)\|_C, \quad 0 < \delta \leq \frac{b-a}{2}, \quad 0 < \eta \leq \frac{d-c}{2} \quad (5)$$

Характеристики (3), (4), (5) соответственно называются частным модулем непрерывности по первому аргументу, частным модулем непрерывности по второму аргументу и смешанным модулем непрерывности по совокупности аргументов. Через обозначим класс функций типа, модулей непрерывности на $(0, l]$ (см [2]). Через обозначим класс функций двух переменных, по первому аргументу принадлежащих $\Phi\left(0, \frac{b-a}{2}\right]$, а по второму аргументу $\Phi\left(0, \frac{d-c}{2}\right]$.

Пусть . Введем пространство функций

$$\mathcal{K}_{\varphi}^{1,1} = \left\{ f \in C_{[a,b] \times [c,d]} \mid \omega_f^{1,0}(\delta) = O\left(\varphi\left(\delta, \frac{d-c}{2}\right)\right), \right. \quad (6)$$

$$\left. \omega_f^{0,1}(\eta) = O\left(\varphi\left(\frac{b-a}{2}, \eta\right)\right), \omega_f^{1,1}(\delta, \eta) = O(\varphi(\delta, \eta)) \right\}, \quad 0 < \delta \leq \frac{b-a}{2}.$$

$0 < \eta \leq \frac{d-c}{2}$, с нормой

$$\|f\|_{\mathcal{K}_{\varphi}^{1,1}} = \max \left\{ \|f\|_C, \sup_{\delta} \frac{\omega_f^{1,0}(\delta)}{\varphi\left(\delta, \frac{d-c}{2}\right)}, \sup_{\eta} \frac{\omega_f^{0,1}(\eta)}{\varphi\left(\frac{b-a}{2}, \eta\right)}, \right. \quad (7)$$

$$\left. \sup_{\delta, \eta} \frac{\omega_f^{1,1}(\delta, \eta)}{\varphi(\delta, \eta)} \right\}.$$

При пространстве будем обозначать через $\mathcal{K}_{\alpha, \beta}^{1,1}$. Известно, что пространство является банаховым пространством (см [2]).

В работе доказана следующая теорема:

Теорема. Пусть φ и ψ . Тогда верно следующее мультипликативное неравенство

$$\|f\|_C \leq L \|f\|_{\mathcal{K}_{\alpha, \beta}^{1,1}}^{\gamma} \cdot \|f\|_{L_p}^{\mu}, \quad (8)$$

где

$$\gamma = \frac{1 + \alpha p + \beta p}{(1 + \alpha p)(1 + \beta p)}, \quad \mu = \frac{\alpha \beta p}{(1 + \alpha p)(1 + \beta p)},$$

$$L = \max \left\{ \frac{1 + \alpha p}{(\alpha p)^{\alpha p (1 + \alpha p)}}, \quad \frac{1 + \beta p}{(\beta p)^{\beta p (1 + \beta p)}} \right\}, \quad (9)$$

$$\frac{\sqrt[p]{\eta}(1 + \alpha p)(1 + \beta p)}{\alpha \beta p^2 (b - a)^{1/(1+\alpha p)} \cdot (d - c)^{1/(1+\beta p)}} \Bigg\}.$$

Литература

1. Гусейнов А.И., Мухтаров Х.Ш. Введение в теорию нелинейных сингулярных интегральных уравнений. М., «Наука», 1979, 414 с.
2. Мусаев Б.И., Салаев В.В. О сопряженных функциях многих переменных. I, Науч. труды МВ и ССО АзССР, сер. физ.-мат. наук, 1978, 4, с. 5–18.

О СКОРОСТИ РОСТА РЕШЕНИЯ ОДНОГО НЕЛИНЕЙНОГО ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА В НЕОГРАНИЧЕННОЙ ОБЛАСТИ.

Агаев Эльшад Валигулу оглы, Алиев Сахиб Али оглы
Нахчыванский Государственный Университет
elsad.agayev.56@mail.ru, sahibaliyev60@mail.ru

В работе рассматривается решение $u(x)$ уравнения вида

$$Lu = \sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x) u_{x_i x_j} - \varphi(x, u) = 0 \quad (1)$$

$$\text{где} \quad \text{sign} \varphi(x, u) = \text{sign} u, \quad |\varphi(x, u)| \leq u^{1+\alpha} \quad (2)$$

в неограниченной области $\Omega = R^n \setminus \bigcup_{i_1, i_2, \dots, i_n} B_{i_1, i_2, \dots, i_n}$ - области, получаемой из R^n , $n > 2$ исключением шаров одинакового определённого радиуса ε с центрами в правильной сдвиговой решётке.

Обозначим границу области Ω через $\partial\Omega = \partial B_{i_1, \dots, i_n}^\varepsilon$. Матрица $\|a_{ij}(x)\|$ предполагается симметрической и равномерно положительно определённой.

Пусть e - константа эллиптичности оператора L , т.е.

$$e = \sup_{x \in \Omega, |\xi|=1} \frac{\sum_{i=1}^n a_{ii}(x) \xi_i^2}{\sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x) \xi_i \xi_j}.$$

Пусть число $s > 0$ удовлетворяет неравенству $s > e - 2$ и α удовлетворяет неравенству $-1 < \alpha < \min \left(1, \frac{2}{s} \right)$.

В работе будем использовать следующий простой принцип максимума и лемму о возрастании [1, с.15–19].

Принцип максимума. Пусть $u(x)$ положительное решение уравнения (1), где φ удовлетворяет условию (2) в неограниченной области G , непрерывное в $\bar{G}$.

Тогда $\max_{\bar{G}} u = \max_{\partial G} u$

Лемма о возрастании. Обозначим через B_R шар в R^n радиуса R с центром в начале координат. Пусть область $D \subset B_R$, $R < R_0$, где R_0 достаточно мало, имеет предельные точки на поверхности S_R шара B_R и пересекает шар B_ρ , $\rho = \frac{1}{4}R$. Обозначим $H = B_\rho \setminus D$, Γ – та часть границы области D , которая расположена строго внутри B_R .

Пусть $u(x)$ – решение уравнения (1), где $\varphi(x, u)$ удовлетворяет условию (2), положительное в G , непрерывное в $\bar{G}$ и обращающееся в нуль на Γ , и пусть в H содержится шар с центром в некоторой точке ξ_1 радиуса ρ_1 .

Тогда

$$\sup_{x \in G} u(x) \leq (1 + \xi \frac{\rho_1^s}{R^s}) \sup_{x \in G \setminus B_\rho} u(x),$$

где ξ – положительная константа, зависящая от s .

Теорема. Пусть $u(x)$ – положительное решение уравнения (1) в Ω , где $\varphi(x, u)$ удовлетворяет условию (2). Пусть $\partial\Omega$ граница области Ω и $u(x)|_{\partial\Omega} = 0$; $M(r) = \max_{|x|=r} u(x)$. Тогда существует $\beta(s) = \text{const}$ такая, что $M(r) > e^\beta \text{const}$, где постоянная β зависит как от s , так и от e, n . (быть может, $M(r) = \infty$, начиная с некоторого r)

Доказательство. Рассмотрим шары B_R^0 и B_{4R}^0 с центром в точке начала координат и радиусами соответственно $R = 1/4$ и $4R$.

Поскольку, $\varepsilon < 1/4$, множество $(R^n \setminus \bar{\Omega}) \cap B_R^0$ содержит хотя бы один шар радиуса ε .

Применив леммы о возрастании для шаров B_R^0 и B_{4R}^0 получим

$$\sup_{\Omega \cap B_{4R}^0} u(x) \leq (1 + \xi \frac{\varepsilon^s}{(1/4)^s}) \sup_{\Omega \cap B_R^0} u(x) > [1 + \xi(4\varepsilon)^s] u(0)$$

Пусть максимум функции $u(x)$ в замыкании области $\Omega \cap B_{4R}^0$ достигается в некоторой точке x_1 на поверхности этого шара.

Применив лемму о возрастании ещё один раз, получим

$$\sup_{\Omega \cap B_{4^k R}^{x_1}} u(x) > [1 + \xi (4\varepsilon)^s]^k u(0)$$

Обозначим $r = |x|$. Положим $r = 4^k R$ и применим леммы о возрастании k раз в указанной формулировке. Тогда получим

$$\sup_{\Omega \cap B_{4^k R}^{x_j}} u(x) > \left[1 + \xi (4\varepsilon)^s\right]^k u(0).$$

Из последней формулы следует, что

$$M(r) > e^{\log_4 \frac{r}{R} \ln(1 + \xi (4\varepsilon)^s)} u(0).$$

Отсюда следует, что если $\beta > 0$ достаточно малая константа, зависящая от s , то $M(r) > e^\beta u(0)$.

Следовательно, $M(r) > e^\beta \text{const}$, что и требовалось доказать.

Замечание. Всюду выше мы рассматривали положительное решение. Случай отрицательного решения сводится к случаю положительного решения изменением его знака на противоположный. Если решение меняет знак, то всегда можно выбрать его компоненту постоянства знака решения.

Литература

1. Агаев Э.В. О поведении решения полулинейного эллиптического уравнения второго порядка в неограниченной области // Журн. Вестник МГУ - 1991 . - Математика . Механика - № 4 . - с. 16 - 19
2. Ландис Е.М. Уравнения второго порядка эллиптического и параболического типов.-М:Наука , 1971 . - с. 287

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ВЫСШЕЙ АЛГЕБРЕ: ДОКАЗАТЕЛЬСТВО НЕРАВЕНСТВА МИНКОВСКОГО

Гасанова Лейла Казым кызы

Бакинский Государственный Университет

leylahasanmath@gmail.com

Одной из важных задач современной математической науки и образования является поиск эффективных методов, способствующих более глубокому пониманию абстрактных алгебраических понятий. В этом контексте особый интерес представляет использование геометрических интерпретаций при изучении высшей алгебры. Геометрические методы позволяют не только визуализировать сложные алгебраические конструкции, но и выявить их внутреннюю структуру.

Классическим примером такого взаимодействия является неравенство Минковского, играющее ключевую роль в функциональном анализе.

Неравенство Минковского удобно понимать геометрически через нормы в евклидовом пространстве. Суть в том, что это обобщение обычного неравенства треугольника $p = 1$ для векторов.

$$\sum_{i=1}^n |x_i + y_i|^p \leq \sum_{i=1}^n |x_i|^p + \sum_{i=1}^n |y_i|^p$$

Рассмотрим векторы

$$\vec{x} = (x_1, \dots, x_n) \quad \vec{y} = (y_1, \dots, y_n)$$

Если введём норму: $\|\vec{x}\|_p = \left(\sum_{i=1}^n |x_i|^p \right)^{1/p}$, то неравенство Минковского

записывается так

$$\|\vec{x} + \vec{y}\|_p \leq \|\vec{x}\|_p + \|\vec{y}\|_p$$

Это неравенство треугольника в пространстве с p -нормой.

Геометрически это означает, что если $\|\vec{x}\|_p$ - длина первого вектора, $\|\vec{y}\|_p$ - длина второго, $\|\vec{x} + \vec{y}\|_p$ - длина диагонали параллелограмма: длина одной стороны треугольника не превосходит суммы двух других.

Докажем неравенство Минковского.

Рассмотрим единичный шар:

$$B = \{ \vec{x} : \|\vec{x}\|_p \leq 1 \}$$

Этот шар выпуклый при $p \geq 1$, то есть, если $\vec{x}, \vec{y} \in B$, то для любого $\lambda \in [0, 1]$: $\lambda \vec{x} + (1 - \lambda) \vec{y} \in B$.

Пусть $\|\vec{x}\|_p = a$, $\|\vec{y}\|_p = b$.

Рассмотрим нормированные векторы

$$\vec{u} = \frac{\vec{x}}{a}, \quad \vec{v} = \frac{\vec{y}}{b}$$

Тогда

$$\|\vec{u}\|_p = \|\vec{v}\|_p = 1$$

Теперь

$$\frac{\vec{x} + \vec{y}}{a + b} = \frac{a}{a + b} \vec{u} + \frac{b}{a + b} \vec{v}$$

- эта выпуклая комбинация $\vec{u}$ и $\vec{v}$.

Таким образом мы доказали неравенство Минковского, геометрически связав с выпуклостью единичного шара в L^p .

Можно обосновать доказательство неравенства Минковского в случае $p = 1$ через скалярное произведение

$$\|\vec{x} + \vec{y}\|^2 = (\vec{x} + \vec{y}, \vec{x} + \vec{y})$$

$$|x + y|^2 = |x|^2 + 2(x, y) + |y|^2$$

По неравенству Коши-Буняковского:

$$(\vec{x}, \vec{y}) \leq \|\vec{x}\| \|\vec{y}\|$$

Отсюда

$$\|\vec{x} + \vec{y}\|^2 = \|\vec{x}\|^2 + 2\|\vec{x}\| \|\vec{y}\| + \|\vec{y}\|^2 = (\|\vec{x}\| + \|\vec{y}\|)^2$$

Берём корень:

$$\|\vec{x} + \vec{y}\| \leq \|\vec{x}\| + \|\vec{y}\|.$$

Таким образом, неравенство Минковского в евклидовом пространстве можно доказать как посредством длин, так и посредством выпуклого шара.

ПРИЛОЖЕНИЕ ДВОЙНЫХ ИНТЕГРАЛОВ К ЗАДАЧАМ МЕХАНИКИ

Гасымов Элимага Агагасым оглы, Керимова Арифа Мазахир гызы

Бакинский Государственный Университет

gasymov-elmagha@rambler.ru, kerimovaarifa79@gmail.com

Масса тонкой пластинки переменной плотности.

Рассмотрим тонкую пластинку, расположенную на плоскости Oxy и занимающую область D . Толщину пластинки считаем настолько малой, что изменением плотности по толщине можно пренебречь. Поверхностной плотностью такой пластинки в данной точке называется предел отношения массы площадки к её площади при условии, что площадка стягивается к данной точке. Определённая таким образом плотность является функцией координат: $\delta = \delta(x, y)$.

Разобьём область D на частичные области с площадями $\Delta\sigma^1, \Delta\sigma^2, \dots, \Delta\sigma_n$. Выбирая в каждой части произвольную точку и считая плотность в пределах частичной области постоянной, составим приближённое выражение для массы в виде интегральной суммы: $M_n = \sum \delta(x_i, y_i) \Delta\sigma_i$

Переходя к пределу при $n \rightarrow \infty$ и стягивании каждой частичной области к точке, получаем точное значение массы пластинки:

$$M = \iint_D \delta(x, y) d\sigma$$

Если пластинка однородна ($\delta = \text{const}$), то масса равна произведению плотности на площадь: $M = \delta \cdot S$, где S — площадь области D . [1]

Статические моменты и центр тяжести пластинки

Статическим моментом системы материальных точек относительно оси называется сумма произведений масс точек на их расстояния до данной оси. Для пластинки с плотностью $\delta(x, y)$ статические моменты относительно осей координат определяются как пределы соответствующих интегральных сумм:

$$M_x = \iint_D y \cdot \delta(x, y) d\sigma, \quad M_y = \iint_D x \cdot \delta(x, y) d\sigma$$

Координаты центра тяжести пластинки выражаются через отношение статических моментов к полной массе:

$$\xi = \frac{M_y}{M} = \frac{\iint_D x \cdot \delta(x, y) d\sigma}{\iint_D \delta(x, y) d\sigma}, \quad \eta = \frac{M_x}{M} = \frac{\iint_D y \cdot \delta(x, y) d\sigma}{\iint_D \delta(x, y) d\sigma}$$

Если пластинка однородна ($\delta = \text{const}$), плотность сокращается, и координаты центра тяжести совпадают с координатами центра тяжести геометрической фигуры: [2]

$$\xi = \frac{(\iint_D x d\sigma)}{S}, \quad \eta = \frac{(\iint_D y d\sigma)}{S}.$$

Моменты инерции пластинки

Моментом инерции материальной точки P с массой m относительно какой-либо оси называется произведение массы на квадрат расстояния от точки P до этой оси. Для пластинки с единичной поверхностной плотностью ($\delta \equiv 1$) моменты инерции относительно осей координат равны:

$$I_x = \iint_D y^2 d\sigma, \quad I_y = \iint_D x^2 d\sigma$$

Интеграл $\iint_D xy d\sigma$ называется центробежным моментом инерции и обозначается I_{xy} . В механике часто рассматривают полярный момент инерции — относительно начала координат (полюса). Он равен произведению массы точки на квадрат расстояния до полюса и для пластинки вычисляется по формуле:

$$I^0 = \iint_D (x^2 + y^2) d\sigma = I_x + I_y$$

Таким образом, полярный момент инерции равен сумме осевых моментов инерции. Это соотношение удобно использовать при вычислениях: достаточно найти два осевых момента, чтобы получить полярный. [3]

Заключение

Двойной интеграл является мощным и универсальным инструментом механики. Рассмотренные приложения — вычисление массы неоднородной пластинки, нахождение статических моментов, координат центра тяжести и моментов инерции — демонстрируют единый подход: переход от интегральной суммы к двойному интегралу путём предельного перехода. Метод составления выражений для механических характеристик пластинки полностью аналогичен методу, применяемому для систем материальных точек. Освоение данного аппарата является необходимым условием для изучения механики сплошных сред, теории упругости и других разделов прикладной математики.

Литература

1. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: в 3 т. — СПб.: Лань, 2025. — Т. 2. — 800 с.
2. Демидович Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. — СПб.: Лань, 2024. — 624 с.
3. Зорич В. А. Математический анализ. — М.: МЦНМО, 2019. — Ч. 2. — 640 с.
4. Кудрявцев Л. Д. Краткий курс математического анализа. Т. 2. — М.: Физматлит, 2003. — 424 с.
5. Мещерский И. В. Задачи по теоретической механике. — СПб.: Лань, 2023. — 448 с.

МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФОРМУЛ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ

Гасымов Эльмага Агагасым оглы, Гасанли Назрин Хасрат кызы
Бакинский Государственный Университет.

gasymov-elmagha@rambler.ru, hasanli nazrin074@mail.ru

Тригонометрические формулы являются важной составляющей школьного курса математики и служат основой для решения задач алгебры, геометрии и математического анализа. Однако практика показывает, что их усвоение вызывает значительные трудности у учащихся, что связано с большим объёмом материала и преобладанием формального подхода к обучению [1; 2].

Методические трудности при изучении тригонометрических формул

Одной из основных проблем является механическое заучивание формул без понимания их смысла. Учащиеся часто не видят взаимосвязи между тригонометрическими тождествами, что приводит к ошибкам при преобразовании выражений [2].

Наиболее распространённые трудности включают:

- неправильное применение формул приведения;
- путаницу в формулах двойного и половинного угла;
- отсутствие навыков преобразования выражений.

Эти проблемы свидетельствуют о необходимости изменения подходов к преподаванию тригонометрии.

Системный подход к изучению формул

Для эффективного усвоения материала предлагается рассматривать тригонометрические формулы как единую систему. Важную роль играет выделение базовых тождеств, на основе которых выводятся остальные соотношения [3].

Особое значение имеет использование единичной окружности, позволяющей наглядно интерпретировать тригонометрические функции и их свойства. Такой подход способствует формированию целостного представления о тригонометрии и облегчает запоминание формул.

Роль доказательств и преобразований

Одним из эффективных методов обучения является самостоятельное выведение формул учащимися. Это позволяет развивать логическое мышление и глубже понимать структуру тригонометрических выражений [4].

Регулярное выполнение преобразований способствует формированию устойчивых навыков применения формул и уменьшает количество типичных ошибок.

Использование наглядности и современных технологий

Современные образовательные технологии открывают новые возможности для изучения тригонометрии. Использование графических интерпретаций и интерактивных программ позволяет учащимся исследовать свойства функций и устанавливать взаимосвязи между формулами [5].

Применение цифровых инструментов повышает интерес к предмету и способствует более глубокому усвоению материала.

Заключение

Таким образом, эффективное изучение тригонометрических формул возможно при переходе от механического запоминания к осмысленному пониманию их структуры и взаимосвязей. Системный подход, использование

наглядности и активное вовлечение учащихся в процесс вывода формул позволяют значительно повысить качество обучения.

Литература

1. Колмогоров А.Н., Абрамов А.М. и др. Алгебра и начала анализа. 10–11 классы. — М.: Просвещение, 2021.
2. Морозов И.С. Методика преподавания математики в средней школе. — М.: Академия, 2020.
3. Гасымов Э.А. Элементарная математика. — Баку: Элм, 2016.
4. Выготский Л.С. Педагогическая психология. — М.: Айрис-пресс, 2020.
5. Семакин И.Г., Шестакова Л.А. Цифровые технологии в образовании. — М.: БИНОМ, 2022.

НЕПРЕРЫВНОСТЬ В ИНТЕРВАЛЬНОЗНАЧНЫХ ТОПОЛОГИЯХ

Гахрамани Джанель Насир гызы, Байрамов Седи Андем оглу

Бакинский Государственный Университет

gahramanijanel@gmail.com, baysadi@gmail.com

Определение 1. Пусть X - непустое множество, а τ — непустое семейство интервальнозначных множеств (IVSs) на X . Тогда называется *интервальнозначной топологией* (сокращенно *IVT*) на X , если оно удовлетворяет следующим аксиомам:

1. $\emptyset, X \in \tau$,
2. $A \cap B \in \tau$ для любых $A, B \in \tau$,
3. $\bigcup_{j \in J} A_j \in \tau$ для любого семейства элементов из τ .

В этом случае пара называется *интервальнозначным топологическим пространством* (сокращенно *IVTS*), а каждый элемент называется *открытым интервальнозначным множеством* (сокращенно *OIVS*) в X . Интервальнозначное множество называется *замкнутым интервальнозначным множеством* (сокращенно *CIVS*) в X , если [3]

Определение 2. Пусть X, Y — два непустых множества, отображение, и пусть $A \in IVS(X), B \in IVS(Y)$.

(i) Образ при отображении f , которая обозначается является *интервальнозначным множеством* (*IVS*) в Y , определяемым как:

$$f(A) = [f(A^-), f(A^+)]$$

(ii) Прообраз B при отображении обозначаемый $f^{-1}(B)$, является интервальнозначным множеством (в сокращенном виде IVS) в X , определяется как:

$$f^{-1}(B) = [f^{-1}(B^-), f^{-1}(B^+)]$$

Очевидно, что и для каждого $a \in X$. [3]

Определение 3. Пусть X, Y - интервальнозначные топологические пространства (в сокращенном виде будет IVTSs), пусть f - отображение. Тогда говорят, что является:

(i) интервальнозначным *точечно непрерывным* (сокращенно IVPC) в a_1 , если $f^{-1}(V) \in (a_1)$ для каждого $V \in N(f(a_1))$, [3]

(ii) интервальнозначным *несущественным точечно непрерывным* (сокращенно IVVPC) в a_0 , если $f^{-1}(V) \in (a_0)$ для каждого $V \in N(f(a_0))$.

Теорема 1. Пусть $(X, \tau), (Y, \delta)$ — два IVTS. Тогда отображение является интервальнозначным непрерывным тогда и только тогда, когда оно является IVPC в каждой точке и IVVPC в каждой точке a_0 . [3]

Теорема 2. Пусть $(X, \tau), (Y, \delta)$ — два IVTS (интервальнозначные топологические пространства), пусть $f: X \rightarrow Y$ — отображение, и пусть являются базой и предбазой для соответственно. Учитывая это следующие утверждения эквивалентны:

- (1) f является интервальнозначным непрерывным;
- (2) для каждого $C \in \delta^c$,
- (3) $f(IVcl(A)) \subset IVcl(f(A))$ для каждого $A \in IVS(X)$,
- (4) для каждого $B \in IVS(Y)$,
- (5) для каждого $B \in \beta$,
- (6) для каждого $S \in \sigma$. [3]

Предложение 1. Пусть $(X, \tau), (Y, \delta)$ — интервальнозначные топологические пространства (IVTS), и пусть f — отображение. Если f является интервальнозначно непрерывным, то для каждого [3]

Теорема 3. Пусть $(X, \tau), (Y, \delta)$ — IVTS (интервальнозначные топологические пространства), и пусть f — отображение. Тогда f является интервальнозначно замкнутым тогда и только тогда, когда для каждого $A \in IVS(X)$. [3]

Литература

1. sadi Bayramov, Çiğdem Gündüz Aras, Ljubiša D. R. Kočinac, Interval-Valued Topology on Soft Sets, Axioms, 2023, 12, 692, Pages 1-20.

2. J. G. Lee, G. Şenel, S.M. Mostafa, K. Hur Continuities and separation axioms in interval-valued topological spaces AFMI, 2023, Volume 25, No. 1, Pages 55-89.
3. D. L. Shi, J. I. Baek, M. Cheong, S. H. Han, K. Hur Ordinary interval-valued fuzzifying topological spaces AFMI, 2023, Volume 25, No. 2, Pages 175–203.

О НЕОБХОДИМЫХ УСЛОВИЯХ ДЛЯ ЭКСТРЕМУМА В ЗАДАЧЕ С ОГРАНИЧЕНИЕМ В БАНАХОВОЙ РЕШЕТКЕ

Садыгов Мисраддин Аллахверди оглы, Рахманова Фатима Тарлан кызы

Бакинский Государственный Университет

misreddin08@rambler.ru, rehmanova02@gmail.com

1. Основные определения и обозначения

Пусть X и Z банаховы пространства, $\|x\|_X$ и $\|z\|_Z$ нормы в X и Z соответственно, K выпуклый замкнутый конус в Z и $K \cap (-K) = \{0\}$. С конусом K можем связать отношение порядка в Z , которую обозначим через $\leq$.

Пусть

$$Q: X \rightarrow Z, S: X \rightarrow Z, \omega: X \rightarrow Z, f: X \rightarrow R, \varphi: X \rightarrow R, \beta > 0, \delta > 0, \\ R_+ = [0, +\infty).$$

Пусть $e \in \text{int } K$. Оператор $\omega: X \rightarrow Z$ назовем o -малым, если для любого $\varepsilon > 0$ существует $\delta > 0$ такое, что $\frac{\omega(tx)}{t} \in \varepsilon[0, e]$ при $0 < t \leq \delta$ и $x \in B$, где элемент $e \in K$ является порядковой единицей в Z .

Если существует o -малый оператор $\omega: X \rightarrow Z$ такой, что

$$Q(\bar{x} + x) - Q(\bar{x}) - S(x) \leq \omega(x)$$

при $x \in X, \|x\| \leq \delta$, то отображению $S: X \rightarrow Z$ назовем $S - (o(\cdot), \delta)$ верхней аппроксимацией функции $Q: X \rightarrow Z$ в точке $\bar{x}$ (см.[2]).

Если существуют функции $\varphi: X \rightarrow R$ и $o: R_+ \rightarrow R_+$, где $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{o(t)}{t} = 0$ такие, что

$$f(\bar{x} + x) - f(\bar{x}) - \varphi(x) \leq o(\|x\|^\beta)$$

при $x \in X, \|x\| \leq \delta$, то функцию φ назовем $\varphi - (o(\beta), \delta)$ верхней аппроксимацией функции $f: X \rightarrow R$ в точке $\bar{x}$.

Далее считаем, что если Z банахово решетка, то $K = \{z \in Z : z \geq 0\}$ выпуклый замкнутый конус и $K \cap (-K) = \{0\}$. Кроме того конус K является воспроизводящим.

2. Об обобщении теоремы Фана

Теорема 1. Пусть X и Y банаховы пространства, $C \subset X$ выпуклое множество и $\text{int } C \neq \emptyset$, $f: C \rightarrow \mathbb{R}$ выпуклая непрерывная функция, Z банахово решетка и $\text{int } K \neq \emptyset$, $Q: C \rightarrow Z$ выпуклый непрерывный оператор, $A: X \rightarrow Y$ непрерывный аффинный оператор, т.е. $Ax = \Lambda x + \bar{y}$, где $\Lambda: X \rightarrow Y$ непрерывный линейный оператор, $\bar{y} \in Y$, $\text{Im } \Lambda = Y$ и система

$$f(x) < 0, \quad Q(x) \ll 0, \quad Ax = 0$$

не имеет решения в C . Тогда существуют число $\lambda > 0$, векторы $z^* \in K^*$ и $y^* \in Y^*$ не равные нулю одновременно и такие, что

$$\lambda f(x) + \langle z^*, Q(x) \rangle + \langle y^*, Ax \rangle \geq 0$$

при всех $x \in C$.

Теорема 2. Если X линейное пространство, $C \subset X$ выпуклое множество, $K \subset \mathbb{R}^m$ телесный выпуклый конус и $K \cap (-K) = \{0\}$, $f: C \rightarrow \mathbb{R}$ выпуклая функция, $Q: C \rightarrow \mathbb{R}^m$ выпуклый оператор и $A: X \rightarrow \mathbb{R}^k$ аффинный оператор и система

$$f(x) < 0, \quad Q(x) \ll 0, \quad Ax = 0$$

не имеет решения в C , то существуют число $\lambda > 0$, векторы $z^* \in K^*$ и $y^* \in \mathbb{R}^k$ не равные нулю одновременно и такие, что

$$\lambda f(x) + \langle z^*, Q(x) \rangle + \langle y^*, Ax \rangle \geq 0$$

при всех $x \in C$.

3. Необходимое условие первого порядка

Пусть X банахово пространство, $C \subset X$ и $x_0 \in C$. Через $T_C(x_0)$ обозначим касательный конус Клар

$$N_C(x_0) = T_C(x_0)^\circ = \{p \in X^* : \langle p, x \rangle \leq 0 \text{ при } x \in T_C(x_0)\}.$$

(см.[1]) к множеству C в точке $x_0 \in C$. Положим

Множество всех гиперкасательных к множеству C в точке $x_0 \in C$ обозначим через $I_C(x_0)$ [1, с.59]. Если $I_C(x_0)$ непусто, то из теоремы 2.4.8[1] следует, что $T_C(x_0) = \text{cl } I_C(x_0)$.

Пусть X , Y и Z - банаховы пространства, $f: X \rightarrow \mathbb{R}$, $F: X \rightarrow Y$,

$Q: X \rightarrow Z$ и $C \subset X$. Рассмотрим задачу

$$f(u) \rightarrow \min, u \in P = \{x \in X: Q(x) = 0, F(x) = 0, x \in C\}. \quad (1)$$

Точка $x_0 \in P$ называется точкой локального минимума f на P , если существует окрестность U точки x_0 такое, что $f(x_0) \leq f(x)$ при $x \in P \cap U$.

Теорема 3. Пусть X и Y банаховы пространства, x_0 -точка локального минимума в задаче (1), функция f имеет $\varphi - (o(1), \delta)$ верхнюю аппроксимацию в точке x_0 , $\varphi: X \rightarrow \mathbb{R}$ сублинейная непрерывная функция, Z банахово решетка и $\text{int } K \neq \emptyset$, оператор $Q: X \rightarrow Z$ имеет $S - (o(\cdot), \delta)$ верхнюю аппроксимацию в точке x_0 , $Q(x_0) = 0$, $S: X \rightarrow Z$ сублинейный непрерывный оператор, оператор $F: X \rightarrow Y$ строго дифференцируем в точке x_0 и $F(x_0)X = Y$, $C \subset X$ и $I_C(x_0) \neq \emptyset$. Тогда существуют число $\lambda \geq 0$, векторы $z^* \in K^*$ и $y^* \in Y^*$ не равные нулю одновременно и такие, что

$$\lambda \varphi(x) + \langle z^*, S(x) \rangle + \langle y^*, F(x_0)x \rangle \geq 0$$

при всех $x \in T_C(x_0)$.

Литература

1. Кларк Ф. Оптимизация и негладкий анализ. М.:Наука,1988.- 280 с.
2. Садыгов М.А. Необходимое условие экстремума в задаче с ограничением в банаховой решетке. LXII international correspondence scientific and practical conference. Boston. USA. September 22-23, 2019, p.6-17.

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ОПИСЫВАЕМЫМИ УРАВНЕНИЕМ ГУРСА-ДАРБУ С ОБОБЩЕННЫМ УПРАВЛЕНИЕМ

Садыгов Мисраддин Аллахведи оглы, Гасанова Элнара Элчин кызы

Бакинский Государственный Университет

misreddin08@rambler.ru elnarhsnva1803@gmail.com

Пусть

$$D = [0, T] \times [0, S], u(t, s) = (u^1(t, s), K, u^n(t, s)), f_i: D \times \mathbb{R}^{3n} \times V \rightarrow \mathbb{R},$$

$$i = 0, 1, K, n, f = (f_1, K, f_n), \psi: [0, T] \rightarrow \mathbb{R}^n, \varphi: [0, S] \rightarrow \mathbb{R}^n, \Phi: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R},$$

функции $\Phi(x)$ и $\Phi_x(x)$ непрерывны при $x \in \mathbb{R}^n$, $V \subset \mathbb{R}^r$ непустое компактное множество.

Если $d \in \mathbb{R}^n$, $x(\cdot) \in L_1^n[0, T]$, $y(\cdot) \in L_1^n[0, S]$ и $z(\cdot) \in L_1^n([0, T] \times [0, S])$, то множество функций которые имеют вид

$$u(t, s) = d + \int_0^t x(\tau) d\tau + \int_0^s y(v) dv + \int_0^t \int_0^s z(\tau, v) d\tau dv \quad (1)$$

обозначается через $A_1^n([0, T] \times [0, S])$, где $u(t, s) = (u^1(t, s), K, u^n(t, s))$.

Рассмотрим задачу

$$u_{ts}(t, s) = f(t, s, u(t, s), u_t(t, s), u_s(t, s), v(t, s)), \quad (2)$$

$$u(t, 0) = \psi(t), \quad u(0, s) = \varphi(s), \quad \varphi(0) = \psi(0) \quad (3)$$

при $(t, s) \in [0, T] \times [0, S]$, $v(t, s) \in V$ измеримая функция, $\psi(\cdot) \in W_{1,1}^n[0, T]$, $\varphi(\cdot) \in W_{1,1}^n[0, S]$ и $\psi(0) = \varphi(0)$.

Если $v(t, s) \in V$ измеримая функция, то функция $u(\cdot) \in A_1^n(D)$, удовлетворяющая соотношению (2),(3) называется решением задачи (2),(3).

Решение задачи (2),(3), минимизирующее функционал

$$J(u) = \int_0^T \int_0^S f_0(t, s, u(t, s), u_t(t, s), u_s(t, s), v(t, s)) dt ds + \Phi(u(T, S)) \quad (4)$$

среди всех решений задачи (2),(3) назовем оптимальным. Требуется найти необходимые условия оптимальности решения задачи (2)-(4).

Обозначим $w = (u, u_t, u_s) \in R^{3n}$. Далее считаем, что $f_i(t, s, w, v)$, $f_{iw}(t, s, w, v)$, $i = 0, 1, K, n$, каратеодориевские функции в множестве $D \subset R^{3n} \times V$ и по переменной w удовлетворяют условию Липшица в R^{3n} с постоянной L при $(t, s, v) \in D \times V$, функции $f_i(t, s, 0, v)$, $f_{iw}(t, s, 0, v)$, $i = 0, 1, K, n$, суммируемы при $v \in V$.

Обозначим через $\text{frm}(V)$ векторное пространство всех мер Радона в V , а $\text{frm}^+(V)$ множество всех вероятностных мер Радона в V . Обозначим через N множество всех (эквивалентных классов) таких измеримых функций $\sigma: D \rightarrow (\text{frm}(V), \|\cdot\|_w)$, что $\text{ess sup}_{(s,t) \in D} |\sigma(s, t)|(V) < \infty$.

Положим $M = \{\sigma \in N \mid \sigma(t, s) \in \text{frm}^+(V)\}$ (см.[1], с.298).

Рассмотрим обобщенную задачу для задачи (2),(3),(4), т.е. рассмотрим минимизацию функционала

$$g_0(z, \sigma) = \int_0^T \int_0^S f_0(t, s, \psi(t) + \varphi(s) - \psi(0) + \int_0^t \int_0^s z(\tau, v) d\tau dv, \psi(t) + \int_0^s z(t, v) dv, \varphi(s) + \int_0^t z(\tau, s) d\tau, \sigma(t, s)) dt ds + \Phi(\psi(T) + \varphi(S) - \psi(0) + \int_0^T \int_0^S z(\tau, v) d\tau dv). \quad (5)$$

при условиях

$$z(t, s) = f(t, s, \psi(t) + \varphi(s) - \psi(0) + \int_0^t \int_0^s z(\tau, v) d\tau dv, \psi(t) + \int_0^s z(t, v) dv, \varphi(s) + \int_0^t z(\tau, s) d\tau, \sigma(t, s)), \quad (6)$$

где $z(\cdot) \in L_1^n(D)$, $\sigma \in \Sigma$.

Под решением задачи (6), соответствующим управлению σ будем понимать вектор-функцию $z(s, t) = (z_1(s, t), K, z_n(s, t)) \in L_1^n(D)$, которая удовлетворяет (6) почти всюду. Оптимальное решение задачи (5), (6) обозначим через $(\bar{z}, \bar{\sigma})$, где $\bar{z}(\cdot) \in L_1^n(D)$, $\bar{\sigma} \in \Sigma$.

Отметим, что $(\bar{u}, \bar{\sigma})$, где $\bar{u}(t, s) = \psi(t) + \varphi(s) - \psi(0) + \int_0^t \int_0^s \bar{z}(\tau, v) d\tau dv$ является обобщенным оптимальным решением задачи (2), (3), (4). Обозначим $\bar{w}(t, s) = (\bar{u}(t, s), \bar{u}_t(t, s), \bar{u}_s(t, s))$,

$$w(t, s) = (u(t, s), u_t(t, s), u_s(t, s)) = (\psi(t) + \varphi(s) - \psi(0) + \int_0^t \int_0^s z(\tau, v) d\tau dv, \psi(t) + \int_0^s z(t, v) dv, \varphi(s) + \int_0^t z(\tau, s) d\tau).$$

Положим $H(t, s) = H(t, s, w, u, \psi) = -f_0(t, s, w, u) + \langle \psi, f(t, s, w, u) \rangle$ и выпишем сопряженную задачу для $\psi(t, s) = (\psi_1(t, s), K, \psi_n(t, s))$:

$$\begin{aligned} \psi(t, s) &= -\Phi_x(\bar{u}(T, S)) + \int_s^T H_{u_t}(t, v) dv + \int_t^T H_{u_s}(\tau, s) d\tau + \int_t^T \int_s^S H_u(\tau, v) d\tau dv = \\ &= -\Phi_x(\bar{u}(S, T)) - \int_s^T f_{0u_t}(t, v, \bar{w}(t, v), \bar{\sigma}(t, v)) dv - \int_t^T f_{0u_s}(\tau, s, \bar{w}(\tau, s), \bar{\sigma}(\tau, s)) d\tau - \\ &- \int_t^T \int_s^S f_{0u}(\tau, v, \bar{w}(\tau, v), \bar{\sigma}(\tau, v)) d\tau dv + \int_s^T f_{u_t}(t, v, \bar{w}(t, v), \bar{\sigma}(t, v))^* \psi(t, v) dv + \\ &+ \int_t^T f_{u_s}(\tau, s, \bar{w}(\tau, s), \bar{\sigma}(\tau, s))^* \psi(\tau, s) d\tau + \int_t^T \int_s^S f_u(\tau, v, \bar{w}(\tau, v), \bar{\sigma}(\tau, v))^* \psi(\tau, v) d\tau dv. \end{aligned}$$

Теорема 1. Если $(\bar{u}, \bar{\sigma}) \in A_1^n(D)$ является обобщенным оптимальным решением задачи (2), (3), (4) и выполняются выше сказанные условия, то

$$H(t, s, \bar{w}(t, s), \bar{\sigma}(t, s), \psi(t, s)) = \max_{r, v} H(t, s, \bar{w}(t, s), r, \psi(t, s)),$$

где $H(t, s, \bar{w}(t, s), \bar{\sigma}(t, s), \psi(t, s)) = \int_v H(t, s, \bar{w}(t, s), r, \psi(t, s)) \bar{\sigma}(t, s) (dr)$ п.в. $(t, s) \in D$.

Литература

1. Варга Дж. Оптимальное управление дифференциальными и функциональными уравнениями. - М.: Наука, 1977.- 624с.

ЗАДАЧА ИНТЕГРИРУЕМОСТИ ПОЧТИ КОМПЛЕКСНЫХ СТРУКТУР

Султанова Тарана Теймур кызы

Бакинский Государственный Университет

tsultanova92@mail.ru

Пусть F_j^i – тензорное поле типа $(1,1)$ на многообразии M .

$$N(X, Y) = F^2[X, Y] - F[FX, Y] - F[X, FY] + [FX, FY], \quad (1)$$

где X, Y – векторные поля на M , определяет тензорное поле типа $(1,2)$.

Определение 1. Тензор N , заданный формулой (1) называется **тензором Нийенхейса** поля эндоморфизмов F .

В локальных координатах $(x^1, \dots, x^n)$ на M компоненты тензора N задаются по формуле

$$N_{ij}^k = N(\partial_i, \partial_j)^k \quad (2)$$

Компоненты меняются по тензорному закону:

$$N_{i'j'}^{k'} = \frac{\partial x^i}{\partial x^{i'}} \frac{\partial x^j}{\partial x^{j'}} \frac{\partial x^{k'}}{\partial x^k} N_{ij}^k$$

Утверждение 1. Отображение $N(X, Y)$, заданное формулой (1) является $C(M)$ линейным по X и Y , т.е. для любых векторных полей X_i и Y_j

$$N(X_1 + X_2, Y) = N(X_1, Y) + N(X_2, Y),$$

$$N(X, Y_1 + Y_2) = N(X, Y_1) + N(X, Y_2)$$

и для гладких функций f и g выполнено

$$N(fX, gY) = fgN(X, Y). \quad (3)$$

Тензор Нийенхейса N_J естественным образом возникает в задачах о том, что является ли поле эндоморфизмов J **интегрируемым**, т.е. существуют ли такие локальные координаты, в которых компоненты J постоянны $J_j^i = \text{const}$. Например, хорошо известна следующая теорема.

Определение 2 Почти комплексная структура на многообразии M – это тензорное поле J типа $(1,1)$ такое, что

$$J^2 = -id.$$

Теорема 1. (Теорема Ньюлендера-Ниренберга). Почти комплексная структура J интегрируема тогда и только тогда, когда её тензор Нийенхейса N_J равен 0.

Любое комплексное многообразие, очевидно, является почти комплексным. Верно и обратное: почти комплексная структура J с условием $N_J = 0$ задаёт комплексную структуру.

Литература

1. Newlander A., Nirenberg L., Complex analytic coordinates in almost complex manifolds // Annals of Mathematics. Second Series, 65 (3), pp. 391–404 (1957).
2. Kobayashi E. T., A remark on the Nijenhuis tensor // Pacific Journal of Mathematics, 12 (4), pp. 1467–1467 (1962)

ИНКЛЮЗИВНОЕ ОБРАЗОВАНИЕ КАК ОСНОВА СОВРЕМЕННОЙ ШКОЛЫ

Тахиров Бахадур Омар оглы, Алескерова Фарида Алекбер кызы

Bakı Dövlət Universiteti

qarabah48@mail.ru, aleskerovafarida40mail.ru

Инклюзивное образование в последние годы становится одним из ключевых направлений развития современной системы образования. Оно отражает гуманистические ценности общества, признающие право каждого ребёнка на получение качественного образования независимо от его физических, интеллектуальных, психологических или социальных особенностей. Инклюзия — это не просто совместное обучение детей с разными возможностями, а создание образовательной среды, в которой каждый ученик чувствует себя принятым, ценным и способным к развитию. Главная идея инклюзивного образования заключается в равенстве возможностей: школа перестаёт быть местом отбора и становится пространством поддержки и раскрытия потенциала каждого ребёнка. Инклюзивное образование основывается на принципе равного доступа к обучению. Каждый ребёнок имеет право посещать общеобразовательную школу по месту жительства и получать образование вместе со сверстниками. Такой подход помогает избежать социальной изоляции и способствует формированию у детей чувства принадлежности к обществу. Важным принципом является признание ценности разнообразия: различия между учениками рассматриваются не как проблема, а как естественная особенность человеческого общества. В инклюзивной школе формируется культура уважения, принятия и взаимной поддержки.

Одним из ключевых элементов инклюзии является индивидуальный подход к обучению. Педагоги адаптируют учебные программы, методы и

формы работы с учётом возможностей и потребностей каждого ребёнка. Используются дифференцированные задания, визуальные материалы, практические упражнения и современные образовательные технологии. Индивидуализация обучения помогает каждому ученику двигаться в собственном темпе, достигать успеха и сохранять мотивацию к учёбе.

Инклюзивное образование играет важную роль не только для детей с особыми образовательными потребностями, но и для всех учащихся. Дети, обучающиеся в инклюзивной среде, учатся взаимодействовать друг с другом, развивают эмпатию, толерантность и уважение к различиям. Они приобретают навыки сотрудничества, взаимопомощи и социальной ответственности. В результате формируется более гуманное и открытое общество, в котором ценится уникальность каждого человека. Особая роль в реализации инклюзивного образования принадлежит учителю. Современный педагог должен обладать профессиональной гибкостью, умением применять разнообразные методы обучения и создавать благоприятный психологический климат в классе. Учитель становится не только источником знаний, но и наставником, который поддерживает учеников, помогает им раскрыть свои способности и поверить в собственные силы. Важным аспектом является сотрудничество педагога с родителями и специалистами сопровождения — психологами, логопедами и дефектологами.

Несмотря на очевидные преимущества, внедрение инклюзивного образования связано с определёнными трудностями. Среди них можно выделить недостаточную подготовку педагогических кадров, нехватку специалистов, ограниченные материальные ресурсы и существующие общественные стереотипы. Однако постепенное развитие образовательной системы, повышение квалификации учителей и внедрение современных технологий позволяют преодолевать эти барьеры.

Перспективы развития инклюзивного образования связаны с созданием доступной образовательной среды, совершенствованием методик обучения и формированием культуры толерантности в обществе. Инклюзивная школа — это школа будущего, где каждый ребёнок чувствует себя нужным и важным.

Таким образом, инклюзивное образование представляет собой не только педагогическую практику, но и философию равенства и уважения. Оно

способствует формированию общества, в котором каждый человек имеет возможность реализовать свой потенциал и быть полноценным участником социальной жизни.

Литература

3. Инклюзивное образование / Под ред. С.В. Алехиной. — М.: Просвещение, 2015.
4. Педагогика инклюзивного образования / Н.М. Назарова. — М.: Академия, 2016.
5. Основы специальной педагогики и психологии / Л.В. Кузнецова. — М.: Юрайт, 2018.

HOMOLOGICAL GROUP OF THE SOFT TOPOLOGICAL SPACE

Abdullayev Sabuhi Eldar, Ayyubzada Sevinj Araz

Baku State University

Sebuhi-bdu@mail.ru, sevinc.eyyubzade23@gmail.com

We build up a homological theory in *Stop* category. Let us denote by *Stop* a category of soft topological spaces. Let for each soft topological space (X, τ, E) $Cov(X)$ be a set of all open covers of this space. $Cov(X)$ is a set directed to narrow the covers. Let the families $\alpha = \{(F_i, E)\}_{i \in I}$ and $\beta = \{(G_j, E)\}_{j \in J}$ be open covers for soft the soft topological space

(X, τ, E) . If for the mapping $p: J \rightarrow I$ the condition $(G_j, E) \subset (F_{p(j)}, E)$ is satisfied, the cover α is called β narrowing of the covers. Show it as $\alpha < \beta$. The set $Cov(X)$ is a set directed according to this relation. Let the family $\alpha = \{(F_i, E)\}_{i \in I}$ be an arbitrary open cover of the soft topological space (X, τ, E) . By

$$nerv\alpha = (i_1, i_2, \dots, i_n): \prod_{k=1}^n (F_{I_k}, E) \rightarrow \Phi$$

we denote a simplicial complex whose vertices are points of the set I . The mapping $p: J \rightarrow I$ determines the simplicial mapping $p: nerv\beta \rightarrow nerv\alpha$ and such arbitrary two mappings are simplicially close. So, we determine the simplicial mapping $p_\alpha^\beta: nerv\beta \rightarrow nerv\alpha$ And we get the inverse system of the simplicial complexes

$$nerv(X) = \left(\{nerv\alpha\}_{\alpha \in Cov(X)}, \{p_\alpha^\beta: nerv\beta \rightarrow nerv\alpha\}_{\alpha < \beta} \right)$$

Applying to this system the homological functor H_q we get the inverse (direct) system of the groups

$$H_q(nervX) = \left(\{H_q(nerv\alpha)\}_{\alpha \in Cov(X)}, \{H_q(p_\alpha^\beta): H_q(nerv\beta) \rightarrow H_q(nerv\alpha)\}_{\alpha < \beta} \right)$$

$$\begin{aligned} & \rightarrow H_q(\text{ner}\nu\alpha)\}_{\alpha < \beta} \\ [H^q(\text{ner}\nu X) = & \left(\{H^q(\text{ner}\nu\alpha)_{\alpha \in \text{cov}(X)}, \{H^q(p_\alpha^\beta): H^q(\text{ner}\nu\alpha)\} \rightarrow \right. \\ & \left. \rightarrow H^q(\text{ner}\nu\beta)_{\alpha < \beta} \} \right). \end{aligned}$$

Definition 1. The group

$$H_q(X; G) = \varprojlim_{\alpha} H_q(\text{ner}\nu\alpha; G) \quad H^q(X; G) = \varprojlim_{\alpha} H^q(\text{ner}\nu\alpha; G)$$

is a q -dimensional homological (cohomological) group of the soft topological space (X, τ, E) .

If (X, τ, E) and (Y, τ^1, E^1) are soft topological spaces and $(f, \varphi): (X, \tau, E) \rightarrow (Y, \tau^1, E^1)$ is a soft continuous function of the soft topological spaces for arbitrary soft open cover $\alpha = \{G_j, E^1\}_{j \in J}$ of the space (Y, τ^1, E^1) the family $(f, \varphi)(\alpha) = \{(f, \varphi)^{-1}G_j, E^1\}_{j \in J}$ is a open soft open cover of the space (X, τ, E) and $J \subseteq J$. It is clear that if $\beta > \alpha$ then $(f, \varphi)^{-1}(\beta) > (f, \varphi)^{-1}(\alpha)$ and if

$$\left((f, \varphi)^{-1} \{G_j, E^1\} \mid L \mid (f, \varphi)^{-1} \{G_{jk}, E^1\} \right) \in \Phi$$

is satisfied, then $\{G_j, E^1\} \mid L \mid \{G_{jk}, E^1\} \in \Phi$. Hence, the simplicial complex $\text{ner}\nu((f, \varphi)^{-1}(\alpha))$ is a subcomplex of the simplicial complex $\text{ner}\nu\alpha$.

By $i_{\alpha, (f, \varphi)}: \text{ner}\nu((f, \varphi)^{-1}(\alpha)) \rightarrow \text{ner}\nu\alpha$ show the inclusion mapping, then the family

$$f = \left(\left\{ (f, \varphi)^{-1}: \text{Cov}(Y) \rightarrow \text{Cov}(X) \right\}, \left\{ i_{\alpha, (f, \varphi)}: \text{ner}\nu((f, \varphi)^{-1}(\alpha)) \rightarrow \text{ner}\nu\alpha \right\}_{\alpha \in \text{Cov}(Y)} \right), \quad (0.5.)$$

is a morphism acting on the inverse system $\text{ner}\nu(X)$ from the inverse system $\text{ner}\nu(Y)$. The f morphism determines the homomorphism of the homological (cohomological) groups

$$\begin{aligned} f_* &= \varprojlim_{\leftarrow} H_q(f): H_q(X, G) \rightarrow H_q(Y, G) \\ [f_* &= \varprojlim_{\leftarrow} H_q(f): H^q(Y, G) \rightarrow H^q(X, G)] \end{aligned}$$

Theorem 1. The confrontation

$(X, \tau, E) \mapsto H_q(X, G) \left[(X, \tau, E) \mapsto H^q(X, \tau, E) \mapsto \right]$ is a covariant (countervariant) functor going from the $STop$ category to the group category.

Theorem 2. For each soft point $x_b \in (X, \tau, E)$ $H_q(x_b, G) = \begin{cases} 0, & q > 0 \\ G, & q = 0. \end{cases}$

For the pairs of soft topological spaces (X, A, τ, E) we take the mapping $i: A \rightarrow X$ and $j: X \rightarrow (X, A)$.

For each cover $\alpha \in \text{Cov}(X, A)$ from the mapping i, j we obtain the simplicial mappings $i_\alpha: \text{ner}\nu(\alpha \mid A) \rightarrow \text{ner}\nu\alpha$,

$$j_\alpha: \text{nerv} \alpha \rightarrow (\text{nerv} \alpha, \text{nerv}(\alpha \cap \tilde{A})).$$

References

1. Gunduz, Aras C., Bayramov, S. and Mdzinarishvili, L. Singular homology theory in the category of soft topological spaces// Georgian Math. J., -2015. -p.457-467. DOI: 10.1515/gmj-2015-0042.
2. Abdullayev, S.E. Neytrosifik soft modullarının kateqoriya-sında universal əmsal teoremi.//-Bakı: Odlar yurdu universitetinin elmi və pedaqoji xəbərləri, -2019. № 52, -s. 30-39
3. Abdullayev, S.E. Bəzi kateqoriyalar düz limitin varlığı haqqında.//-Lənkəran: Lənkəran Dövlət universitetinin Elmi xəbərləri, -2019. №2, -s. 6-12.
4. Cigdem, G.A, Abdullayev, S.A. The Cech homology theory in the category of soft topological spaces//Baku: Transactions of NAS of Azerb, -2020. v. 40, № 1, -pp 1-11.

ASYMPTOTIC ANALYSIS OF THE NEGATIVE SPECTRUM FOR DIFFERENTIAL OPERATOR WITH OPERATOR COEFFICIENTS.

Aghayeva Gulsum Allahyar, Rahimova Kamala Razim

Baku State University

Gulsumm.agayeva@mail.ru rkr@rambler.ru

Introduction

Spectral analysis of differential operators with operator coefficients plays an important role in modern functional analysis and mathematical physics. In particular, the study of the negative spectrum provides essential information about stability properties and qualitative behavior of solutions. This paper focuses on the asymptotic distribution of negative eigenvalues for a class of such operators.

Let H be a separable Hilbert space. In H separable Hilbert space we consider the operator defined by the differential expression

$$Lu = -u'' + A(x)u,$$

with the boundary condition

$$u(0) = 0$$

Where $A(x)$ is a self-adjoint positive operator-valued function.

We suppose that:

- the operator coefficients are positive and self-adjoint,
- the associated operator-valued function $A(x)$ is monotone and continuous,

- certain boundedness and regularity conditions are satisfied.
These assumptions ensure a well-defined spectral structure of the operator under consideration.

Main Results

In this section, we present the main result concerning the asymptotic behavior of the negative spectrum of the considered operator.

Theorem: Let be the differential operator defined above. Then its negative spectrum is discrete and consists of eigenvalues of finite multiplicity. Moreover, the counting function of eigenvalues less than satisfies the asymptotic relation

$$N(\gamma) \sim C|\gamma|^\alpha, \quad \gamma \rightarrow -\infty$$

where and are constants depending on the operator coefficients.

Conclusion

In this paper, we investigated the asymptotic behavior of the negative spectrum of a differential operator with operator coefficients. We proved that under suitable conditions the negative spectrum is discrete and obtained an asymptotic formula for the distribution of eigenvalues. These results extend known results in spectral theory and can be applied to operator-differential equations arising in mathematical physics.

References

1. Mirzoyev, S.S., & Aghayeva, G.A. (2024). Boundary value problems for operator–differential equations in Hilbert spaces. *Azerbaijan Journal of Mathematics*, 14, 109–121.
2. Mirzoyev, S.S., & Aghayeva, G.A. (2013). Correct solvability of second-order operator–differential boundary value problems. *Applied Mathematical Sciences*, 7(79), 3935–3945.
3. Gasymov, M.G., Zhikov, V.V., Levitan, B.M.: Discreteness and finiteness conditions of the negative spectrum of Shordinger’s operator equation. *Matem-zametki.*, 2 (5), 531–538 (1967).
4. Maksudov F.G., Bairamoglu M., Adigezalov A.A. : On asymptotic of spectrum and trace of high order differential operator with operator coefficients. *Doğa-Tr.J. of Mathematics* 17, 113-128(1993).

ON BOUNDEDNESS OF HAUSDORFF OPERATOR IN ORLICZ SPACES

Bandaliyev Rovshan , Ruffullazade Aytaj
Azerbaijan University of Architecture and Construction
Baku State University
rovshan.bandaliyev@azmiu.edu.az, raytac987@gmail.com

In this abstract we establish sufficient condition on kernel function related with Young function for the boundedness of Hausdorff operator in Orlicz spaces.

It is well known that Hausdorff operators have a deep root in the study of the Fourier analysis and it has a long history in the study of harmonic analysis. This integral operator is deeply rooted in the study of one-dimensional Fourier analysis and has become an essential part of modern harmonic analysis. In particular, it is closely related to the summability of the classical Fourier series [9]. Let $x \in (0, \infty)$ and let ϕ be a fixed kernel defined on $(0, \infty)$ such that $\phi \in L_1^{loc}(0, \infty)$. Then the one-dimensional Hausdorff operator is defined by a linear operator

$$H_\phi f(x) = \int_0^{\frac{x}{y}} \frac{\phi(\frac{x}{y})}{y} f(y) dy.$$

Many important operators in analysis are special cases of the Hausdorff operator, which can be obtained by taking suitable choice of ϕ . For example, the Hardy operator, the adjoint Hardy operator, the Hardy-Littlewood-Polya(Calderon) operator, Cesaro operator and Hardy-Hilbert operator are particular cases of the Hausdorff operator. We recall the definition of Young function. A function $\Phi: [0, \infty) \rightarrow [0, \infty]$ is called a Young function if Φ is convex, left-continuous, $\lim_{s \rightarrow +0} \Phi(s) = \Phi(0) = 0$ and $\lim_{s \rightarrow \infty} \Phi(s) = \infty$. From the convexity and $\Phi(0) = 0$ it follows that any Young function is increasing. If there exists $s \in (0, \infty)$ such that $\Phi(s) = \infty$, then $\Phi(r) = \infty$ for $r \geq s$. By $\mathcal{Y}$ we will denote the set of Young functions such that $0 < \Phi(s) < \infty$ for $0 < s < \infty$. If $\Phi \in \mathcal{Y}$, then Φ is absolutely continuous on every closed interval in $[0, \infty)$ and bijective from $[0, \infty)$ to itself. Also the following Lemma holds.

Lemma [5]. Let Φ be a Young function. Then, as a convex function, Φ is continuous if and only if Φ is finite on $[0, \infty)$.

In particular, $\Phi \in C([0, \infty))$ if $\Phi \in \mathcal{Y}$. For a Young function Φ let $\Psi(r) = \inf\{s \geq 0 : \Phi(s) \geq r\}$. It is obvious that, if $\Phi \in \mathcal{Y}$, then Ψ is the usual inverse function of Φ . A Young function Φ satisfies Δ_2 -condition if there exists $K > 1$ such that $\Phi(2s) \leq K\Phi(s)$ for all $s > 0$. If $\Phi \in \Delta_2$, then $\Phi \in \mathcal{Y}$.

Definition. Let Φ be a Young function. The set

$$L^\Phi(0, \infty) = \{f \in L_1^{loc}(0, \infty) : \int_0^\infty \Phi(k|f(x)|)dx < \infty \text{ for some } k > 0\}$$

is called Orlicz space. $L^\Phi(0, \infty)$ is a Banach space with respect to the norm

$$\|f\|_{L^\Phi} = \inf_{\lambda > 0} \left\{ \lambda : \int_0^\infty \Phi\left(\frac{|f(x)|}{\lambda}\right) dx \leq 1 \right\}.$$

We give the following theorem.

Theorem 1. Let Φ be a Young function and let $\Phi \in \Delta_2$. Let ϕ be a fixed kernel defined on $(0, \infty)$ such that $\phi \in L_1^{loc}(0, \infty)$. Suppose that

$$\int_0^\infty \frac{|\phi(t)|}{t} \frac{dt}{\Phi^{-1}\left(\frac{1}{t}\right)} < \infty.$$

Then the following inequality holds:

$$\|H_\phi f\|_{L^\Phi} \leq C \|f\|_{L^\Phi}.$$

Remark 1. Recently, two-weight inequalities in the framework of one-dimensional Hausdorff operators were studied in [1] and [10] (see, also [2] and [11]). We observe that in [10] the obtained necessary conditions differ from the sufficient conditions and coincide for the Hardy and Bellman operators. Also, in [1] and [2] the obtained necessary conditions differ from the sufficient conditions. Moreover, in [1], the corresponding boundedness of one-dimensional Hausdorff operators has been studied in the framework of other function spaces as well, namely, grand Lebesgue spaces and variable exponent Lebesgue spaces. Next, in [3], the authors establish necessary and sufficient conditions on monotone weight functions for the boundedness of special kind Hausdorff operators on weighted Lebesgue spaces. Similar problem for the multi-dimensional Hausdorff operators of special kind is studied in [4]. In [6] the boundedness of Dunkl-Hausdorff operator on weighted Lebesgue spaces has been characterized and for a power type weight function the corresponding operator norm has been obtained. Very recently, in [7], the results of [1] were extended for the Dunkl-Hausdorff operator and the boundedness of one-dimensional Hausdorff operator on the cone of non-increasing functions was proved (see, also [8]).

References

1. Bandaliyev R.A., Górká P.. Hausdorff operator in Lebesgue spaces. Math. Inequal. Appl. 22, 657–676 (2019).
2. Inequal. Appl. 22, 657–676 (2019).

3. Bandaliyev R.A., Safarova K.H.. On boundedness of multidimensional Hausdorff operator in weighted Lebesgue spaces. Tbilisi Math. J. 13, 39–45 (2020).
4. Bandaliyev R.A., Safarova K.H.. On two-weight inequalities for Hausdorff operators of special kind in Lebesgue spaces. Hacet. J. Math. Stat. 50, 1334–1346 (2021) .
5. Bandaliyev R.A., Aliyeva D.R.. A characterization of two-weight norm inequalities for multidimensional Hausdorff operators on Lebesgue spaces. Positivity 28, 13 (2024).
6. Diening L., Harjulehto P., Hasto P., Ruzicka M.. Lebesgue and Sobolev Spaces with Variable Exponents. Lecture Notes in Mathematics, 2017. Springer, Heidelberg, 2011.
7. Jain S., Fiorenza A. Jain P. Boundedness of Dunkl-Hausdorff operator in Lebesgue spaces. Rocky Mountain J. Math. 51, 2031–2044(2021).
8. Jain S., . Jain P. Hausdorff and Dunkl–Hausdorff operators in Lebesgue spaces for monotone functions and monotone weights. Positivity 27, 1-14(2023).
9. Jain S., Singh A.P., Madan M., Jain P.. Boundedness of Dunkl-Hausdorff operator for radially decreasing functions and monotone weights on R^n . J. Math. Sci. 280, 356-373(2024).
10. Lal S.N., Ram S.. On the absolute Hausdorff summability of a Fourier series. Pacific J. Math. 42, 439-451(1972).
11. Liflyand E.. Hardy type inequalities in the category of Hausdorff operators. Modern Meth. Oper. Theory Harmonic Anal. OTHA 2018. Springer Proc. Math. & Stat. 291, 81–91(2019).
12. Liflyand E.. Hardy type inequalities with power weights for Hausdorff operators. J. Math. Sci. 266, 435-447(2022).

ON THE INNER PRODUCTS OF EIGENFUNCTIONS AND ASSOCIATED FUNCTIONS OF A CLASS OF DIFFERENTIAL OPERATORS

Əliyev Yaqub Nəcəf, Əliyeva Nərmin Nəcəf

ADA University, Baku State University

aliyev@ada.edu.az mathaliyeva@gmail.com

We consider the following Sturm-Liouville spectral problem:

$$\begin{aligned} -y'' + q(x)y &= \lambda y, 0 < x < 1, & (1) \\ y(0)\cos\beta &= y'(0)\sin\beta, 0 \leq \beta < \pi, & (2) \\ (a\lambda + b)y(1) &= (c\lambda + d)y'(1) & (3) \end{aligned}$$

where λ is a spectral parameter, $q(x)$ is a real-valued and continuous function over the interval $[0,1]$ and a,b,c,d are real constants $a \neq 0, b \neq 0$. It is possible to find the eigenfunctions and associated functions corresponding to the eigenvalues λ .

The sufficiently large eigenvalues of the boundary value problem (1)-(3) are real, simple, and form an infinite increasing sequence $\{\lambda_n\}_{n=0}^{\infty}$.

Let $y(x, \lambda)$ be a non-zero solution of (1)-(2). We write the characteristic function, which is analytic, as $\omega(\lambda) = (a\lambda + b)y(1, \lambda) - (c\lambda + d)y'(1, \lambda)$ ($\lambda \in C$).

It follows from the boundary condition (3) that a necessary and sufficient condition for λ_n to be an eigenvalue is that the equation $\omega(\lambda_n) = 0$ is satisfied. If, in addition, the inequality $\omega'(\lambda_n) \neq 0$ is satisfied, then we say that λ_n is a simple eigenvalue. It is known that the boundary value problem (1)-(3) has infinitely many eigenvalues, and the following cases are possible:

(a) all eigenvalues are real and simple; (b) all eigenvalues are real and all, except one double, are simple; (c) all eigenvalues are real and all, except one triple, are simple; (d) all eigenvalues are simple and all, except a conjugate pair of non-real ones, are real.

The eigenfunctions and associated functions are defined as follows. If λ_k is a double eigenvalue $\lambda_k = \lambda_{k+1}$ then for the associated function y_{k+1} corresponding to the eigenfunction y_k , the following relations hold:

$$-y''_{k+1} + q(x)y_{k+1} = \lambda_k y_{k+1} + y_k \quad (4)$$

$$y_{k+1}(0)\cos\beta = y'_{k+1}(0)\sin\beta, \quad (5)$$

$$(a\lambda_k + b)y_{k+1}(1) + ay_k(1) = (c\lambda_k + d)y'_{k+1}(1) + cy'_k(1), \quad (6)$$

If λ_k is a triple eigenvalue $\lambda_k = \lambda_{k+1} = \lambda_{k+2}$, then together with the first-order associated function y_{k+1} there exists a second-order associated function y_{k+2} for which the following relations hold

$$-y''_{k+2} + q(x)y_{k+2} = \lambda_k y_{k+2} + y_{k+1} \quad (7)$$

$$y_{k+2}(0)\cos\beta = y'_{k+2}(0)\sin\beta, \quad (8)$$

$$(a\lambda_k + b)y_{k+2}(1) + ay_{k+1}(1) = (c\lambda_k + d)y'_{k+2}(1) + cy'_{k+1}(1) \quad (9)$$

The following results have been obtained for eigenfunctions and associated functions.

Theorem: Let y_n, y_m be eigenfunctions corresponding to eigenvalues λ_n, λ_m
 $\lambda_n \neq \lambda_m$ If $\lambda_n \neq -\frac{d}{c}$ then

$$(y_n, y_m) = -\frac{y_n(1)\overline{y_m(1)}(ad-bc)}{(c\lambda_n+d)(c\bar{\lambda}_m+d)}, \quad (10)$$

$$B_n = \|y_n\|_2^2 + \frac{|y_n(1)|^2(ad-bc)}{(c\lambda_n+d)(c\bar{\lambda}_m+d)}, \quad (11)$$

If $\lambda_k = \lambda_{k+1} \neq -\frac{d}{c}$ is a double eigenvalue or a triple eigenvalue, then for $\lambda_n \neq -\frac{d}{c}$

$$(y_k, y_n) = -\frac{y_k(1)y_n(1)(ad-bc)}{(c\lambda_k+d)(c\lambda_n+d)}, \quad (12)$$

$$(y_{k+1}, y_n) = -\frac{y_{k+1}(1)y_n(1)(ad-bc)}{(c\lambda_k+d)(c\lambda_n+d)} + c \frac{y_k(1)y_n(1)(ad-bc)}{(c\lambda_k+d)^2(c\lambda_n+d)}, \quad (13)$$

$$\|y_k\|_2^2 = -\frac{y_k(1)^2(ad-bc)}{(c\lambda_k+d)^2}, \quad (14)$$

If $\lambda_k = \lambda_{k+1} = \lambda_{k+2} \neq -\frac{d}{c}$ is a triple eigenvalue, then for $\lambda_n \neq -\frac{d}{c}$

$$(y_{k+2}, y_n) = -\frac{y_{k+2}(1)y_n(1)(ad-bc)}{(c\lambda_k+d)(c\lambda_n+d)} + c \frac{y_{k+1}(1)y_n(1)(ad-bc)}{(c\lambda_k+d)^2(c\lambda_n+d)} - c^2 \frac{y_k(1)y_n(1)(ad-bc)}{(c\lambda_k+d)^3(c\lambda_n+d)}, \quad (15)$$

$$(y_{k+1}, y_k) = -\frac{y_{k+1}(1)y_k(1)(ad-bc)}{(c\lambda_k+d)^2} + \frac{y_k(1)^2(ad-bc)}{(c\lambda_k+d)^3}c, \quad (16)$$

$$(y_{k+2}, y_k) = -\frac{y_{k+2}(1)y_k(1)(ad-bc)}{(c\lambda_k+d)^2} + \frac{y_{k+1}(1)y_k(1)(ad-bc)}{(c\lambda_k+d)^3}c + R_k, \quad (17)$$

Where $R_k = \|y_{k+1}\|_2^2 + \frac{y_{k+1}(1)^2(ad-bc)}{(c\lambda_k+d)^2} - \frac{2cy_{k+1}(1)y_k(1)(ad-bc)}{(c\lambda_k+d)^3}$.

References

1. Binding P. A., Browne P. J., and Watson B. A., Equivalence of inverse Sturm–Liouville problems with boundary conditions rationally dependent on the

eigenparameter, Journal of Mathematical Analysis and Applications, 291 (2004), 246–261.

2. Kerimov N. B. and Aliyev Y. N., The basis property in L_p of the boundary value problem rationally dependent on the eigenparameter, Studia Mathematica, 174 (2006), 201–212.

LIFTS OF VECTOR FIELDS OF VECTOR FIELDS FROM A MANIFOLD TO ITS FRAME BUNDLE

Fattayev Habil Dovlat, Adigozalova Gunel Abigul

Baku State University

h-fattayev@mail.ru, adigozlovagunel75@gmail.com

The geometries of the tangent, cotangent, frame, coframe and tensor bundles has been studies by many authors (see, for example, [1], [2], [3], [4], [5]). Of particular interest is the problem of constructing lifts of geometric structures in the bundles under consideration [1]. This is due to the fact that lifts often inherit properties from similar base structures. In this paper we will consider the question of lifts of vector fields from a manifold to a frame bundle.

Let M be a n – dimensional differentiable manifold endowed with an affine connection . Components of the affine connection are denoted by Γ_{ij}^k . Let FM be a bundle of frames of the manifold M . Local coordinates in the bundle FM are transformed according to the rule

$$X_{\alpha}^{i'} = A_i^{i'} X_{\alpha}^i.$$

Let's consider a vector field $V \in \mathfrak{X}_0(M)$ and assume that $X = X^i \partial_i$. In paper [1] it is proved that the complete lift of vector field V to the tangent bundle $T(M)$ is a vector field with components $(V^i, y^m \partial_m V^i)$.

Theorem 1. Object ${}^cV = ({}^cV^i, {}^cV^{i_a}) = (V^i, X_{\alpha}^m \partial_m V^i)$ is transformed according to the vector law in the frame bundle FM .

Vector field cV is called a complete lift of vector field V to the frame bundle FM .

Theorem 2. For any two vector fields V, W and their complete lifts ${}^cV, {}^cW$ to the frame bundle FM , relation

$${}^c[V, W] = {}^cV, {}^cW$$

holds.

K.Yano and Ishihara in paper [6] showed that the horizontal lift of the vector field V to the tangent bundle $T(M)$ has components of the form $(V^i, -\Gamma_{km}^i y^m V^k)$.

Theorem 3. Object ${}^H V = ({}^H V^i, {}^H V^{i_\alpha}) = (V^i, -\Gamma_{km}^i X_\alpha^m V^k)$ is transformed according to the vector law in the frame bundle FM .

Vector field ${}^H V$ is called a horizontal lift of vector field V to the frame bundle FM . In addition, the paper also explores the relationship between the complete and horizontal lifts and constructs a horizontal lift of the commutator of two vector fields to the frame bundle FM .

References

1. 1. Yano, K., Kobayashi, S. Prolongations of tensor fields and connections to tangent bundles, 1. General theory // J. Math. Soc. Japan. – 1966, 18(2), - p. 194-210.
2. 2. Yano, K., Patterson, E.M. Vertical and complete lifts from a manifold to its cotangent bundle // J. Math. Soc. Japan. – 1967, 19, - p. 91-113.
3. 3. Cordero, L.A., Leon, de M. Lifts of tensor fields to the frame bundle // Rend. Circ. Mat. Palermo, - 1983, 32(2), -p. 236-276.
4. 4. Fattayev, H.D. Some notes on the differential geometry of linear coframe bundle of a Riemannian manifold // Adv. Studies: Euro-Tbilisi Math. J. – 2021, 14(4), -p. 81-95.
5. 5. Салимов, А.А., Фаттаев, Г.Д. Обобщенный оператор Яно-Ако и лифты тензорных полей // Вестник Бакинского университета, серия физико-математических наук, - 1996, № 1, - с. 142-151.
6. 6. Yano, K., Ishihara, S. Horizontal lifts of tensor fields and connections to tangent bundles // J. Math. And Mech. -1967, 16, -p . 1015-1030.

INTERPOLATION OF SINGULAR INTEGRALS ON A CIRCLE

Huseynli Aynur, Babayeva Nargiz

Baku State University

aynurhuseynli88@gmail.com, babayevanargiz99@gmail.com

Let us consider the singular integral

$$I(t_0) = \int_L \frac{\gamma(t)dt}{t - t_0} \quad (1)$$

where $\gamma(t) \in H_r(\alpha)$ on the circle L . Let us denote by $S(t_0)$ a function which one can obtain from (1) if we substitute $\gamma(t)$ for the polynomial $\gamma_n(t)$.

Then using the equalities

$$\frac{1}{\pi i} \int_L \frac{t^n dt}{t - t_0} = \begin{cases} t_0^n, & n \geq 0 \\ -t_0^n, & n < 0 \end{cases}, \quad t = e^{i\theta}, t_0 = e^{i\theta_0},$$

and

$$\frac{1}{(t - t_k)(t - t_0)} = \frac{1}{t_0 - t_k} \frac{1}{t - t_0} - \frac{1}{t - t_k},$$

we can write

$$\begin{aligned} S(t_0) &= \frac{1}{\pi i} \int_L \frac{\gamma(t) dt}{t - t_0} = \frac{1}{2n+1} \sum_{k=0}^{2n} \gamma(t_k) \frac{1}{\pi i} \int_L \frac{t^{2n+1} - t_k^{2n+1}}{(t - t_k)t^n t_k^n} \frac{dt}{t - t_0} = \\ &= \sum_{k=0}^{2n} \frac{\gamma(t_k)}{t_k - t_0} \frac{1}{2n+1} \frac{1}{\pi i} \int_L \frac{t^{2n+1} - t_k^{2n+1}}{t_0^n t_k^n} dt. \end{aligned}$$

Note that, $\gamma(t) \in H_r(\alpha)$ on L , then the function $\gamma_1(\theta) = \gamma(e^{i\theta})$ also belongs to the class $H_r(\alpha)$. Thus, from formulas

$$\begin{aligned} \frac{\sin(2n+1)\theta/2}{\sin\theta/2} &= 1 + 2(\cos\theta + K + \cos n\theta) = \\ &= e^{-in\theta} + e^{-i(n-1)\theta} + K + e^{-i\theta} + 1 + e^{i\theta} + K + e^{in\theta} = \frac{t^{-n} - t^{n+1}}{1 - t}, \quad t = e^{i\theta} \end{aligned}$$

and

$$\frac{\sin(2n+1)(\theta - \theta_k)/2}{\sin(\theta - \theta_k)/2} = \frac{t^{2n+1} - t_k^{2n+1}}{(t - t_k)t^n t_k^n}, \quad t = e^{i\theta_k}$$

we obtain

$$\int_0^{2\pi} \frac{\sin(2n+1)(\theta - \theta_k)/2}{\sin(\theta - \theta_k)/2} d\theta = \int_0^{2\pi} (1 + 2\cos(\theta - \theta_k) + K + 2\cos n(\theta - \theta_k)) d\theta = 2\pi.$$

Therefore

$$\left| \int_0^{2\pi} \gamma_1(\theta) d\theta - \sum_{k=0}^{2n} \gamma_1(\theta_k) \frac{2\pi}{2n+1} \right| = O\left(\frac{1}{n^{r+\alpha}}\right).$$

Interpolation of singular integrals on the circle were considered, for example in [1], [2] and [3]

References

1. Алиев Р.А., Амрахова А.Ф. Об аппроксимации сингулярного интеграла с ядром Гильберта // Вестник Бакинского Университета, Физико-математических наук, №2, 2012, с. 78–85.
2. Cora Sadosky , Interpolation of operators and singular integrals, Marcel Dekker Inc. New-York and Basel, 1979, 375p
3. И.К. Лифанов, Метод сингулярных интегральных уравнений и численный эксперимент, Москва, 1995, 520с.

GLOBAL EXISTENCE AND UNIQUENESS OF SOLUTIONS FOR ONE TRANSMISSION ACOUSTIC PROBLEM

İsayeva Sevda Elxan

Baku State University

isayevasevda@rambler.ru

Let Ω be a bounded domain in R^n ($n \geq 1$) with smooth boundary Γ_1 , $\Omega_2 \subset \Omega$ is a subdomain with smooth boundary Γ_2 and $\Omega_1 = \Omega \setminus (\Omega_2 \cup \Gamma_2)$ is a subdomain with boundary $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2$ ($\Gamma_1 \cap \Gamma_2 = \emptyset$). We consider the following nonlinear strongly dissipative transmission acoustic problem:

$$u_{tt} - \Delta u - \Delta u_t + |u_t|^{q_1-1} u_t + |u|^{p-1} u = 0 \text{ in } \Omega_1 \quad (0, \infty), \quad (1)$$

$$v_{tt} - \Delta v - \Delta v_t + |v_t|^{q_2-1} v_t + |v|^{p-1} v = 0 \text{ in } \Omega_2 \quad (0, \infty), \quad (2)$$

$$M \delta_{tt} + D \delta_t + K \delta = -u_t \text{ on } \Gamma_2 \quad (0, \infty), \quad (3)$$

$$u = 0 \text{ on } \Gamma_1 \quad (0, \infty), \quad (4)$$

$$u = v, \quad \delta_t = \frac{\partial u}{\partial \nu} - \frac{\partial v}{\partial \nu} + \frac{\partial u_t}{\partial \nu} - \frac{\partial v_t}{\partial \nu} \text{ on } \Gamma_2 \quad (0, \infty), \quad (5)$$

$$u(x, 0) = u^0(x), \quad u_t(x, 0) = u^1(x), \quad x \in \bar{\Omega}_1, \quad (6)$$

$$v(x, 0) = v^0(x), \quad v_t(x, 0) = v^1(x), \quad x \in \bar{\Omega}_2, \quad (7)$$

$$\delta(x, 0) = \delta^0(x), \quad \delta_t(x, 0) = \frac{\partial u^0}{\partial \nu} - \frac{\partial v^0}{\partial \nu} + \frac{\partial u^1}{\partial \nu} - \frac{\partial v^1}{\partial \nu} = \delta^1(x), \quad x \in \bar{\Gamma}_2, \quad (8)$$

where ν is the unit outward normal vector to Γ ; $M, D, K: \bar{\Gamma}_2 \rightarrow R$, $u_0, u_1: \bar{\Omega}_1 \rightarrow R$, $v_0, v_1: \bar{\Omega}_2 \rightarrow R$, $\delta_0: \bar{\Gamma}_2 \rightarrow R$ are given functions, $p > 1$, $q_i > 1$ ($i=1,2$) are constants.

We consider the nonlinear transmission acoustic problem (1)-(8) for which we prove the existence and uniqueness of global solutions. Some results of this field can be found, for example, in [1-3].

We give the definition of a weak solution and then the theorem on global existence and uniqueness of weak solutions for the problem (1)-(8).

Definition 1. The triple of functions $(u(x,t), v(x,t), \delta(x,t))$, where

$$u: \Omega_1 [0,T] \rightarrow R, v: \Omega_2 [0,T] \rightarrow R, \delta: \Gamma_2 [0,T] \rightarrow R,$$

is called a weak solution of the problem (1)-(8), if

$$\begin{aligned} u &\in L(0,T; H^1_{\Gamma_1}(\Omega_1)), v \in L(0,T; H^1(\Omega_2)), \gamma_0(u) = \gamma_0(v) \text{ a. e. on } \Gamma_2(0,T), \\ u_t &\in L(0,T; L^2(\Omega_1)) \cap L^{q_1+1}(\Omega_1(0,T)), v_t \in L(0,T; L^2(\Omega_2)) \cap L^{q_2+1}(\Omega_2(0,T)), \\ \delta, \delta_t &\in L(0,T; L^2(\Gamma_2)) \end{aligned}$$

and:

$$\begin{aligned} &\frac{d}{dt}(u_t, \Phi)_1 + (u, \Phi)_1 + (u_t, \Phi)_1 + (|u_t|^{q_1-1} u_t, \Phi)_1 + \\ &+ \frac{d}{dt}(v_t, \Psi)_2 + (v, \Psi)_2 + (v_t, \Psi)_2 + (|v_t|^{q_2-1} v_t, \Psi)_2 - \\ &- (\delta_t, \gamma_0(\Phi))_{\Gamma_2} + (|u|^{p-1} u, \Phi)_1 + (|v|^{p-1} v, \Psi)_2 = 0 \end{aligned}$$

for $\forall \Phi \in H^1_{\Gamma_1}(\Omega_1), \forall \Psi \in H^1(\Omega_2)$ such that $\Phi = \Psi$ on Γ_2 in the sense of distributions in $D(0,T)$ and

$$\frac{d}{dt}(\gamma_0(u) + M\delta_t, e)_{\Gamma_2} + (D\delta_t + K\delta, e)_{\Gamma_2} = 0$$

for $\forall e \in L^2(\Gamma_2)$ in the sense of distributions in $D(0,T)$, as well as:

$$\begin{aligned} u(x,0) &= u^0(x), u_t(x,0) = u^1(x) \text{ a. e. in } \Omega_1, \\ v(x,0) &= v^0(x), v_t(x,0) = v^1(x) \text{ a. e. in } \Omega_2, \\ \delta(x,0) &= \delta^0(x), \delta_t(x,0) = \delta^1(x) \text{ a. e. on } \Gamma_2. \end{aligned}$$

Theorem 2 (global existence and uniqueness). Let the following conditions be satisfied:

$$M, D, K \in C(\bar{\Gamma}_2), M > 0, D > 0, K > 0 \text{ for } \forall x \in \bar{\Gamma}_2,$$

$$\begin{aligned} p &> 1 \text{ if } n = 1, 2, \quad 1 < p \leq \frac{n}{n-2} \text{ if } n \geq 3, \\ p &= \min \{q_1, q_2\}. \end{aligned}$$

Then for $\forall T > 0$ and

$$\begin{aligned} \forall (u^0, v^0, \delta^0) &\in H^1_{\Gamma_1}(\Omega_1) \times H^1(\Omega_2) \times L^2(\Gamma_2), \\ \forall (u^1, v^1, \delta^1) &\in L^{q_1}(\Omega_1) \times L^{q_2}(\Omega_2) \times L^2(\Gamma_2) \end{aligned}$$

the problem (1)-(8) has a unique global weak solution (u, v, δ) satisfying the conditions:

$$\begin{aligned} u &\in C([0, T]; H^1_1(\Omega_1)), \quad u_t \in C([0, T]; L^2(\Omega_1)) \cap L^{q_1+1}(\Omega_1 \times (0, T)), \\ v &\in C([0, T]; H^1(\Omega_2)), \quad v_t \in C([0, T]; L^2(\Omega_2)) \cap L^{q_2+1}(\Omega_2 \times (0, T)), \\ \delta, \delta_t &\in L^2(0, T; L^2(\Gamma_2)). \end{aligned}$$

References

1. Jeong J.M., Park J.Y., Kang Y.H., Global nonexistence of solutions for a quasilinear wave equation with acoustic boundary conditions, Jeong et al. Boundary Value Problems (2017) 2017; 42, pp. 1-10.
2. Boukhatem JY., Benabderrahmane B, Polynomial Decay and Blow Up of Solutions for Variable Coefficients Viscoelastic Wave Equation with Acoustic Boundary Conditions, Acta mathematica Sinica, English series, Feb., 2016, Vol. 32, n. 2, pp. 153-174.
3. Isayeva, S.E. Existence of solutions of nonlinear strongly dissipative wave equations with acoustic transmission conditions // Computational Mathematics and Mathematical Physics, – 2020. 60, – p. 286-301.

MULTIPLIER THEOREMS FOR SOME PERIODIC SETS

Quliyev Vuqar Ali

Baku State University

quliyevvuqar.213@gmail.com

Definition 1. Let be an operator such that

$$(\hat{T}f)(\xi) = m(\xi)\hat{f}(\xi) \tag{1}$$

for some $m(\xi) \in L^\infty(\mathbb{R}^2)$. If maps to itself boundedly for some $1 < p < \infty$, then is called an multiplier and is called the symbol of the operator.

Let be the characteristic function of a non-empty plane set D . It is a well-known fact that if is a half-plane, then is an multiplier for any $1 < p < \infty$.

Moreover, using property that composition of two multiplier is an multiplier we can prove that is an multiplier whenever is intersection of a finite number of half-planes (a polygon or a polygonal section). For more information see [1].

Also, for some special cases a non-empty intersection of an infinite number of half-planes could be a multiplier too (See [2]). Here we give some analogous

theorems along with some other periodic sets (a set with a periodic characteristic function on some direction) and polygonal sections with a periodic boundary.

Proposition 1. Let $\{a_i\}$ be an arithmetic sequence with $a_{i+1} \geq a_i + 1$ and $D = \bigcup_{i \in \mathbb{Z}} D_i$, where $D_i = [a_i, a_i + 1] \times [0, 1]$. Then, the operator defined as is an multiplier for any $1 < p < \infty$.

Proposition 2. Let $\{b_i\}$ be an arithmetic sequence with $b_{i+1} \geq b_i + 1$. And let $D = E_a \times E_b$, where $E_b = \bigcup_{i \in \mathbb{Z}} [b_i, b_i + 1]$. Then, the operator defined as is an multiplier for any $1 < p < \infty$.

Let Γ denote the infinite broken line with vertices and edges for $i \in \mathbb{Z}$. We call infinite broken line periodic if the sequence of vectors is a periodic sequence.

Theorem 1. Let Ω be the plane set bounded by a periodic broken line Γ . Then the multiplier operator defined as is an multiplier for any $1 < p < \infty$.

The proof follows from the next two lemmas.

Lemma 1. Let P be a convex polygon and $\vec{v}$ be a vector in the plane. Then, there exist a finite number of disjoint right triangles such that, one of the legs of each is parallel to $\vec{v}$ and

$$P = \bigcup P_i.$$

Lemma 2. Let $\{a_i\}$ be an arithmetic sequence with $a_{i+1} \geq a_i + 1$ and $\Delta = \bigcup_{i \in \mathbb{Z}} \Delta_i$, where Δ_i is the triangle with vertices $(a_i, 0)$, $(a_i + 1, 0)$ and $(a_i + 1, 1)$. Then, the operator defined as is an multiplier for any $1 < p < \infty$.

References

1. Córdoba A. "The multiplier problem for the polygon." Annals of Mathematics 105 (1977): 581.
2. Córdoba, A., Fefferman R. "On the equivalence between the boundedness of certain classes of maximal and multiplier operators in Fourier analysis." Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America 742 (1977): 423-5.

ON THE NON-EXISTENCE OF A FEFFERMAN TYPE CONSTRUCTION FOR ANY LACUNARY SET OF DIRECTIONS

Quliyev Vuqar Ali

Baku State University

quliyevvuqar.213@gmail.com

Definition 1. Let T be an operator such that

$$(\hat{T}f)(\xi) = m(\xi)\hat{f}(\xi) \tag{1}$$

for some $m(\xi) \in L^\infty(\mathbb{R}^2)$. If maps to itself boundedly $1 < p < \infty$, then is called an multiplier and is called the symbol of the operator.

Definition 2. Let be convex and compact. We call a unit vector tangential to if there exist a line parallel to passing through a point such that, lies entirely on only one of the half planes in respect to and for any there exist an satisfying

$$|B(Q, \varepsilon) \cap D| > \delta |B(Q, \varepsilon)| \quad (2)$$

Here denotes the ball with centre and radius and denotes the area on plane.

Let be a convex compact set, be a set of tangential vectors to D . Let denote the multiplier operator with corresponding to the characteristic function of the half-plane respect to not containing and be the operator defined as in (1) with symbol χ_D .

Lemma 1 (Meyer). If $\|T_D\|_p = C < \infty$, then for any sequence of functions we have

$$\left\| \left(\sum_i |T_i f_i|^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right\|_p \leq C \left\| \left(\sum_i |f_i|^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right\|_p \quad (3)$$

For a rectangle in plane, let rectangles and have the same sizes as and share the shorter sides with it. Denote and call it shift of R . See figure 1.

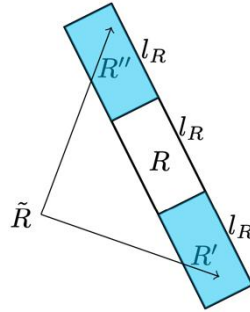


Figure 1: Shift of the rectangle R

Lemma 2. Let be a plane set and be some disjoint rectangles such that, for any one of the sides of is parallel to and,

$$\frac{|\tilde{R}_i \cap E|}{|\tilde{R}_i|} \geq a \quad (4)$$

and,

$$b|E| \leq \sum_{i=1}^n |R_i|. \quad (5)$$

for some fixed positive real numbers a, b . Then there exist functions such that

$$\left\| \left(\sum_i |T_i f_i|^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right\|_p \geq \frac{1}{2} a \cdot b^{\frac{p-2}{p}} \left\| \left(\sum_i |f_i|^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right\|_p. \quad (6)$$

It is worthy to note that and (3) has opposite directions and this becomes a very useful tool. In his classical paper [1], C. Fefferman used modified Besicovitch sets to construct sets and that satisfying the equations (4) and (5) for some numbers with $\frac{1}{2} a \cdot b^{\frac{p-2}{p}} > C$. This construction together with above lemmas constitute a disproof of the well-known disc conjecture (known as The Ball Multiplier Theorem: the operator defined as in (1) where is the characteristic function of the unit ball is not an multiplier for). However, for the construction in [1] to work properly it is necessary that the set of directions is dense on some interval. A set of directions being dense here should understood as denseness of the endpoints of these vectors in an arc of unit circle.

Definition 3. A set of directions in plane is called lacunary if the angle between and line decreases geometrically.

Let be a set of lacunary directions. We give a theorem that shows that the methods of [1] are not enough to prove unboundedness of a multiplier associated to a polygonal figure with a lacunary set of tangentials. In fact, such multipliers can be bounded as shown in [2].

Theorem 1. Let be a set of lacunary directions. There exist a constant only dependent on such that for any For any a triple () such that there exist a set and rectangles such that each has one of the directions from the set and satisfying inequalities (4) and (5), we have

$$a \cdot b^{\frac{p-2}{p}} < C_V.$$

References

1. Fefferman, C. The multiplier problem for the ball. Annals of Mathematics, 94(2), 330-336. 1971

2. Cordoba A., Fefferman R. On the equivalence between the boundedness of certain classes of maximal and multiplier operators in Fourier analysis. Proc Natl Acad Sci U S A. 74(2):423-5. 1977

ON THE SOLVABILITY OF A BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR A FOURTH-ORDER ELLIPTIC EQUATION WITH A PERIODIC AND INTEGRAL CONDITION

Mursalova Matanat Bala , Gonagova Leyla Rovshan

Baku State University

leyla.gonagova@gmail.com

Currently, problems with non-local conditions for partial differential equations are of great interest, which is due to the need to generalize the classical problems of mathematical physics in connection with the mathematical modeling of various physical processes studied in modern science [1]. Among non-local problems, those involving integral conditions are of particular interest. Nonlocal integral conditions describe the behavior of the solution at interior points of the domain in terms of its average value. Examples include problems arising from the study of particle diffusion in a turbulent plasma [1], the processes of heat propagation [2], [3] moisture transfer processes in capillary-porous media [4], as well as in inverse problems in mathematical physics. In [5], an inverse boundary value problem for a second-order elliptic equation is investigated with an integral condition.

Consider the following boundary value problem

$$u_{iiii}(x,t) + u_{xxxx}(x,t) = f(x,t) \quad (1)$$

in the domain

$$D_T = \{(x,t) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq t \leq T\}$$

with boundary conditions

$$\begin{aligned} u(x,0) &= \varphi_0(x), \quad u_t(x,T) = \varphi_1(x), \\ u_{ii}(x,0) &= \varphi_2(x), \quad u_{iii}(x,T) = \varphi_3(x) \quad (0 \leq x \leq 1), \end{aligned} \quad (2)$$

$$u(0,t) = u(1,t), u_x(0,t) = u_x(1,t), u_{xx}(0,t) = u_{xx}(1,t) \quad (0 \leq t \leq T) \quad (3)$$

with integral condition

$$\int_0^1 u(x,t) dx = 0 \quad (0 \leq t \leq T) \quad (4)$$

where $f(x,t)$, $\varphi_i(x)$ ($i = \overline{0,3}$), are given functions, and $u(x,t)$ is the unknown function.

Definition 1. The function $u(x,t) \in C^4(D_T)$ is said to be a classical solution of the problem (1)-(4), if it satisfies equation (1) in D_T , the condition (2) on $[0,1]$, and the statements (3)-(4) on the interval $[0,T]$.

The following theorem holds.

Theorem 1. Assume that

$$f(x,t) \in C(D_T), \quad \int_0^1 f(x,t) dx = 0, \quad (0 \leq t \leq T), \quad \varphi(x), \psi(x) \in C[0,1],$$

and the compatibility conditions

$$\int_0^1 \varphi(x) dx = 0, \quad \int_0^1 \psi(x) dx = 0,$$

hold. Then the problem of finding a classical solution of (1)-(4) is equivalent to determining the functions $u(x,t) \in C^4(D_T)$ that satisfies the conditions (1)-(3) and the relation

$$u_{xxx}(0,t) = u_{xxx}(1,t) \quad (0 \leq t \leq T) \quad (5)$$

Theorem 2. Assume that the data for problem (1)-(3), (5) satisfy the following conditions:

1. $\varphi_i(x) \in C^4[0,1], \varphi_i^{(5)}(x) \in L_2(0,1), \varphi_i(0) = \varphi_i(1), \varphi_i'(0) = \varphi_i'(1), \varphi_i''(0) = \varphi_i''(1), \varphi_i'''(0) = \varphi_i'''(1), \varphi_i^{(4)}(0) = \varphi_i^{(4)}(1) \quad (i = \overline{0,3})$;
2. $f(x,t), f_x(x,t), f_{xx}(x,t) \in C(D_T), f_{xx}(x,t) \in L_2(D_T), f(0,t) = f(1,t), f_x(0,t) = f_x(1,t) \quad (0 \leq t \leq T)$.

Then the problem (1)-(3), (6), (7) has a unique solution.

By virtue of Theorem 1, the unique solvability of problem (1)-(5) immediately follows from Theorem 2.

Theorem 3. Let all conditions of Theorem 2 be satisfied.

$$\int_0^1 f(x,t) dx = 0 \quad (0 \leq t \leq T), \quad \int_0^1 \varphi(x) dx = 0, \quad \int_0^1 \psi(x) dx = 0,$$

then the problem (1)-(5) has a unique classical solution.

References

1. Samara A.A. On some problems of the theory of differential equations. Differential equations 1980. Vol. 16, No. 11. pp. 1925-1935.
2. Cannon J.R. The solution of energy equation to the energy of. Quart. Appl. Math. 1963. Vol. 5, No. 21. pp. 1555-160.

3. Ionkin N.I. The solution of a boundary value problem of the theory of heat conduction with a nonclassical boundary condition. Differential Equations. 1977. Vol. 13, No. 2. pp. 294-304.
4. Nakhushev A.M. About one approximate method for solving boundary value problems for differential equations and its approximation to the dynamics of soil moisture and groundwater. Differential Equations. 1982. Vol. 18, No. 1. pp. 72-81
5. Mehraliyev Y.T. On an inverse boundary value problem for a second order elliptic equation with integral condition. Вісник Львівського університету. Серія механіко-математична. 2012. No. 77. pp. 145-156.

THE SOLUTIONS OF SOME RIEMANN–LIOUVILLE FRACTIONAL INTEGRAL EQUATIONS

Musayev Humbat Kazim, Huseynova Khavar Talat

Baku State University

gkm55@mail.ru, xava.hj@mail.ru

Let's look at the solution of the problem for ordinary fractional-order differential equations:

The simplest Riemann-Liouville fractional derivative of order $\nu > 0$

$${}_0D_x^\nu f(x) = h(x), \quad x > 0$$

can be solved using the fractional integration operator as follows:

$$f(x) = \frac{1}{\Gamma(\nu)} \int_0^x (x - \xi)^{\nu-1} h(\xi) d\xi$$

However, this solution is not a general solution. Taking into account the properties of the fractional derivative, the general solution contains $n = [\nu] + 1$ arbitrary constants C_j :

$$f(x) = {}_0D_x^{-\nu} h(x) + \sum_{j=1}^n C_j x^{\nu-j}$$

The constants are determined by the characteristics of the function at the boundary point:

$$C_j = \frac{{}_0f^{(\nu-j)}(0+)}{\Gamma(\nu-j+1)}.$$

For solving more complex equations with variable coefficients, the method of reducing them to a Volterra integral equation of the second kind is used. In this

work, the Cauchy problem for the following fractional equation of order is considered:

$${}_0D_x^\alpha f(x) - a f(x) = h(x), \quad {}_0f^{(\alpha-1)}(0+) = b$$

If we take the right side of the equation as $F(x) = h(x)$, the solution would be:

$$+ {}_0D_x^{-\alpha} F(x)$$

When the expression $F(x)$ is substituted, the following integral equation (of Abel type) is obtained:

$$f(x) = f_0(x) + \frac{a}{\Gamma(\alpha)}, \text{ here } f_0(x) = \frac{b}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} + \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^x \frac{h(\xi) d\xi}{(x-\xi)^{1-\alpha}}$$

The method of successive approximations is used to solve the obtained Volterra equation:

$$f_m(x) = f_0(x) + \frac{a}{\Gamma(\alpha)} \int_0^x \frac{f_{m-1}(\xi) d\xi}{(x-\xi)^{1-\alpha}}, \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

In the limit $m \rightarrow \infty$, the solution is expressed as a series of Mittag-Leffler type functions:

$$f(x) = b(x)^{\alpha-1} E_{\alpha, \alpha}(ax^\alpha) + h(\xi) d\xi$$

References

1. Gorenflo R., Mainardi F. In: Fractals and Fractional Calculus in Continuum Mechanics. Ed. by Carpinteri A., Mainardi F. – Vienna - New York: Springer Verlag, 1997, p. 223.
2. Учайкин В.В. Метод дробных производных. Ульяновск: Артишок, 2008.
3. Kilbas A.A., Srivastava H.M., Trujillo J.J. Theory and Applications of Fractional Differential Equations. Amsterdam: Elsevier, 2006.

VARIETY OF BOUNDED DISTRIBUTIVE LATTICES IN THE LATTICE OF INTERPRETABILITY TYPES OF VARIETIES

Zamanova Narmina Elchin, Mammadov Oktay Mubarak
Baku State University

okmamedov@gmail.com, zamanovanrmin3@gmail.com

A variety (or equational class) of lattices is the class of all lattices satisfying some set of lattice equations. The class of all lattices is defined by equations (the idempotent, commutative, associative and absorption laws), so it forms a variety. We consider the lattice of interpretability types of varieties.

1. The variety of modular lattices, satisfy the equation

$$(x \vee y) \wedge (x \vee z) = x \vee (z \wedge (x \vee y)).$$

2. The variety of distributive lattices, satisfy the equation

$$x \wedge (y \vee z) = (x \wedge y) \vee (x \wedge z).$$

3. The variety of one-element algebras, satisfy the equation $x = y$.

A bounded distributive lattice is a distributive lattice that has a least element 0 and a greatest element 1. For every element x in the lattice, $0 \leq x \leq 1$, $x \wedge 0 = 0$, and $x \vee 1 = 1$.

Further examples include:

- Every Boolean algebra is a distributive lattice.
- Every totally ordered set is a distributive lattice with max as joint and min as meet.
- A lattice-ordered vector space is a distributive lattice.

In 1974, W.D. Neuman introduced (1) an interesting lattice for comparing the relative strengths of varieties (or, one might say, equational theories). He defined a variety to be another variety W (not necessarily of the same similarity type) if and only if is interpretable in W . This means that for each V -operation there exists a term in the language of W (i.e., a formal composition of some W -operations) such that if is any algebra in W , then $(A; \bar{\alpha}_t) \in V$, where is the natural interpretation of the term in the algebra. The ordering defines only a quasi-ordering on the class of all varieties, but, as usual, a partial ordering is obtained if we identify and whenever $V \leq W \leq V$. The resulting quotient partial order turned out to be a lattice, which Neumann found to be useful for his study of Mal'tsev conditions (which are filters in this lattice). The lattice of interpretability denoted as

It is well-known that L_{int} various known varieties are Λ -prime in L : Boolean algebra, lattice theory, semilattices, etc. Group theory is known to be Λ -irreducible, but Λ -primeness is open.) More generally, we use the sizer of free algebras to estimate Helly numbers of a variety in L . (We say has Helly number if V_k implies that some proper submeet.)

Also, we consider some known and some lesser-known filters in the lattice L_{int} , proving along the way that some of them are prime. This includes a review of the theory of Mal'tsev conditions, such as which known to be prime are congruence-regularity, congruence-weak-uniformity, coherence.

Also, well-known that congruence-distributivity is not a prime filter (in fact, it is the intersection of two larger Mal'tsev filters).

Theorem 1. The variety of bounded distributive lattices does not have a cover in the interpretability lattice L_{int} .

Theorem 2. The variety of distributive lattices (distributive lattices with 0 and/or 1) no cover in the lattice

References

1. Neumann, W.D., On Mal'cev conditions, J. Austral. Math. Soc. 17 (1974), 376-384.
2. Gracia O.C. and Taylor. W. The lattice of interpretability types of varieties.- Amer. Math. Soc, Memoirs, pp.
3. Freese, R. McKenzie, G. McNulty, W. Taylor. Algebras, Lattices, Varieties, Vol. 2. Wadsworth and Brooks-Cole, Monterey, California, USA, 2022., 430pp.

CONSTRUCTION OF FINITE DIFFERENCE SCHEMES FOR THE CAUCHY PROBLEM OF VIDE.

Zeynalova Aysel Aladdin

Baku State University

aysel.zeynal@inbox.ru

Volterra integro-differential equations play an important role in the mathematical modeling of processes with memory effects. In such equations, the unknown function appears under both differential and integral terms, which significantly complicates the possibility of obtaining analytical solutions. Therefore, the development of numerical methods for solving integro-differential equations remains a relevant problem in modern applied mathematics.

This thesis is devoted to the construction of finite difference schemes for the numerical solution of the Cauchy problem for VIDE.

Consider the general form of a Volterra-type integro-differential equation:

$$y'(x) = f(x) + \int_{x_0}^x K(x, t, y(t)) dt \quad (1)$$

$f(x)$ is known continuous function, $y(x)$ is unknown function, $K(x, t, y(t))$ is kernel function. points are given points on the interval $[x_0, X]$.

For equation (1) the Cauchy Problem is given with the following initial condition:

$$y(x_0) = y_0. \quad (2)$$

It means the value of unknown function is given at initial point x_0 . We now must find the approximate values of on the interval by using initial condition.

First of all, let's divide the interval into equal parts, where is step size.

$$\frac{X - x_0}{N} = h \quad (3)$$

x_i grid points are calculated with the given formula:

$$x_i = x_0 + ih, \quad i = 0, 1, 2, \dots, N. \quad (4)$$

Approximate solution at is taken as:

$$y(x_i) = y_i \quad (5)$$

Rectangular formula is used for approximating the integral part at (1). It is clear that higher accuracy of rectangular formula is respect to using the values of function inside the integral at the middle points Also, these points sometimes are called hybrid points. If Rectangular formula is used then the integral at (1) is approximated like this:

$$\int_{x_0}^{x_i} K(x_i, t, y(t)) dt \approx h \sum_{j=0}^{i-1} K(x_i, x_j, y_j) \quad (6)$$

Now, let us introduce first order finite difference formulas for differential part of (1). There are forward, backward and central difference formulas like following:

$$y'(x_i) \approx \frac{y_{i+1} - y_i}{h} \quad (\text{forward difference})$$

$$y'(x_i) \approx \frac{y_i - y_{i-1}}{h} \quad (\text{backward difference})$$

$$y'(x_i) \approx \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{h} \quad (\text{central difference})$$

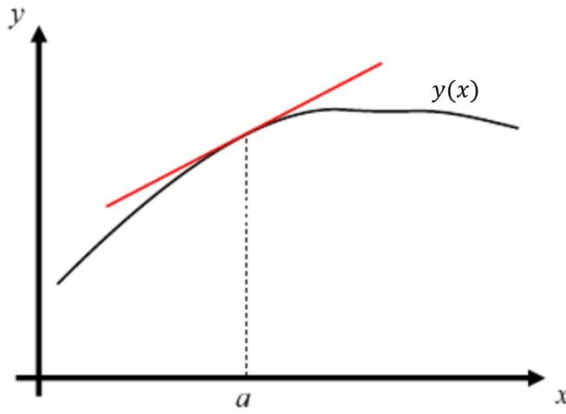
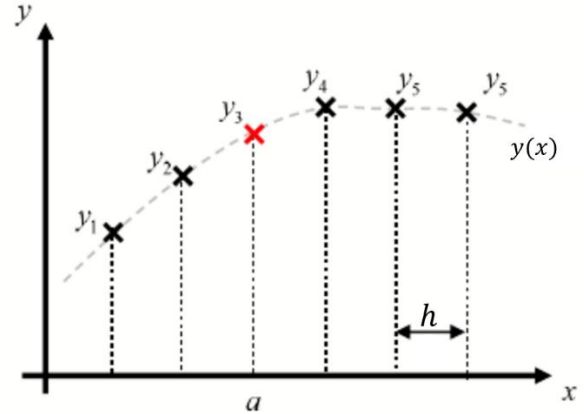


Figure 1 (1a) the derivative of $y(x)$



(1b) discretization of $y(x)$

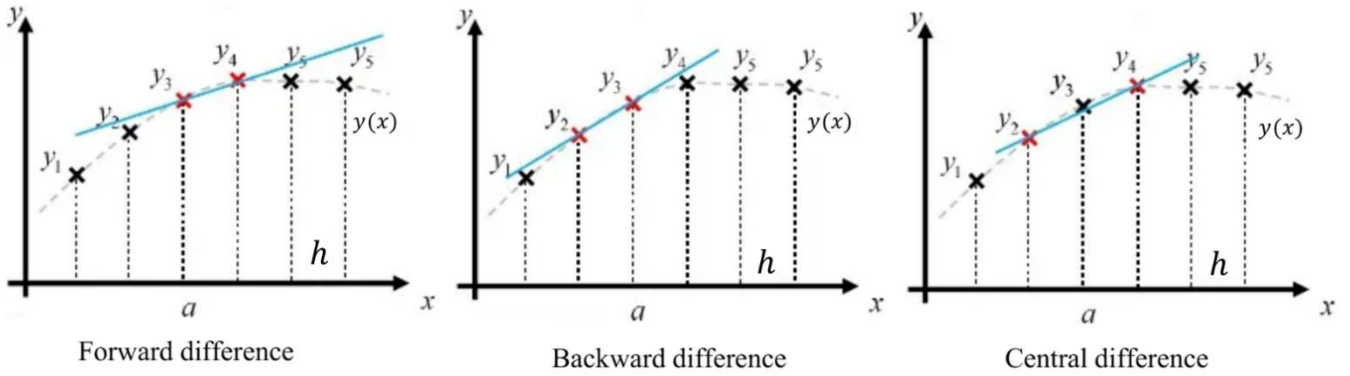


Figure 2 The visualization of forward, backward, and central difference

But in this work, we use just first order forward difference formula for approximating differential part of (1) at points x_i .

$$y'(x_i) \approx \frac{y_{i+1} - y_i}{h} \quad (7)$$

Forward difference formula is in first order accuracy. That's this difference scheme's error will be $O(h)$. So, while we take smaller step size h , then the accuracy of scheme will increase.

(6) and (7) approximations are written at (1).

$$\frac{y_{i+1} - y_i}{h} = f(x_i) + h \sum_{j=0}^{i-1} K(x_i, x_j, y_j)$$

For simplifying let us multiply both sides by h .

$$y_{i+1} - y_i = h \cdot f(x_i) + h^2 \sum_{j=0}^{i-1} K(x_i, x_j, y_j)$$

Let us find from last equality.

$$y_{i+1} = y_i + h \cdot f(x_i) + h^2 \sum_{j=0}^{i-1} K(x_i, x_j, y_j) \quad (8)$$

Consequently, we get the recurrent difference scheme for solving (1)-(2) problem. Here, it is convenient to find the values of by using (8). If we use initial condition, then we calculate y_1 , after finding we use this for calculating y_2 . With the same algorithm, it is possible to calculate step by step all values of at $[x_0, X]$.

References

1. Atkinson K.E., The Numerical Solution of Integral Equations of the second kind // Cambridge University Press,1997.
2. Autar K., Cuong N., Luke S., Finite Difference Methods of Solving Ordinary Differential Equations, 2012
3. Peter L., Analytical and Numerical methods for Volterre Equations // Philadelphia, Society for Industrial and Applied Mathematics,1985.

MÜNDƏRİCAT

1.	SİĞORTA RİSKLƏRİNİN QIYMƏTLƏNDİRİLMƏSİNDƏ EKSTREMAL MODELLƏRİN TƏTBİQİ Ağayeva Mirvari Həsənağa qızı, Ələkbərov Toğrul Arif oğlu.....	4
2.	SƏRHƏD ŞƏRTİ OPERATORLA HƏYƏCANLANMIŞ ÜÇTƏRTİBLİ BİR SƏRHƏD MƏSƏLƏSİ HAQQINDA Babayeva Sevinc Fazil qızı, Mənsimova Nərmin Azər qızı.....	6
3.	PERİODİK ƏMSALLI İKİTƏRTİBLİ YARIMXƏTTİ PARABOLİK TƏNLIYIN SONSUZ OBLASTDA MÜSBƏT QLOBAL HƏLLİNİN VARLIĞI Bağırov Şirmayıl Həsən oğlu, Qasimova Leyla Rövşən qızı.....	8
4.	SOFT SUPER METRİK FƏZALAR HAQQINDA Bayramov Sədi Andəm oğlu, Məmmədova Arzu Sərdar qızı.....	11
5.	HOMOLOGİYALAR ÜÇÜN KYÜNNET TEOREMİ Bayramov Sədi Andəm oğlu, Hidayətli Nuray Seymur qızı.....	12
6.	DİNAMİK SƏRHƏD ŞƏRTLİ İKİDƏYİŞƏNLI İSTİLİKKEÇİRMƏ TƏNLIYI ÜÇÜN ÇƏKİLİ İNTEQRAL ŞƏRTLİ TƏRS SƏRHƏD MƏSƏLƏSİ Cəbiyev Amil Famil oğlu	13
7.	ÜÇDƏYİŞƏNLI İSTİLİKKEÇİRMƏ TƏNLIYI ÜÇÜN ÇƏKİLİ İNTEQRAL ŞƏRTLİ TƏRS SƏRHƏD MƏSƏLƏSİ Cəbiyev Amil Famil oğlu.....	16
8.	ŞAGİRDŁƏRİN İDRAK FƏALİYYƏTİNİN ARTMASINDA TƏDQİQAT METODUNUN ROLU Əfəndi Sadəddin Nəsrəddin oğlu, Əfəndiyeva Nəzrin İltifat qızı	19
9.	ŞAGİRDŁƏRİN RİYAZI BİLİKLƏRİN İNKİŞAFINDA ZEHNİ ƏMƏLİYYATLARIN ROLU Əfəndi Sadəddin Nəsrəddin, İsmayılzadə Şəfa Nizami qızı.....	21

10.	ŞAGİRDŁƏRİN BİLİK VƏ BACARIQLARIININ İNKİŞAFINDA FƏALLIQ VƏ MÜSTƏQİLLİYİN ROLU Əfəndi Sadəddin Nəsrəddin oğlu, Qasimova Məryəm Müqabil qızı.....	22
11.	ORTA MƏKTƏB RİYAZİYYAT TƏLİMİ PROSESİNİN BÜTÜN MƏRHƏLƏLƏRİNDƏ ŞAGİRDŁƏRİN MÜSTƏQİL FƏALİYYƏTİNİN TƏŞKİLİ VƏ İDARƏOLUNMASI Əfəndi Sadəddin Nəsrəddin oğlu, Nəftullayeva Zəhra Vasif qızı.....	24
12.	BİR ÜMUMİLƏŞMİŞ HƏNDƏSİ SİLSİLƏ İLƏ BAĞLI SPEKTRAL MƏSƏLƏNİN TƏDQIQI Əhmədov Əli Mustafa oğlu, Əbdülzadə Vədadi Asif oğlu.....	27
13.	KRİTİK YÜKÜN TƏYİNİNİN ƏDƏDİ ÜSULLARI Əkbərov Surxay Cabbar oğlu , Məmmədov Nihad İlyas oğlu.....	29
14.	FIRLANAN MAYELƏRDƏ DALĞALAR Əliyev Alı Bakir oğlu, İbrahimova Elnarə Nüsrəddin qızı	32
15.	n ÖLÇÜLÜ EVKLİD FƏZASINDA p ÖLÇÜLÜ SƏTHLƏRİN DİFERENSİALLANAN İNİKASI Əliyev Nəcəf Yaqub oğlu, Əliyev Fuad Nəcəf oğlu.....	33
16.	ÇOXÖLÇÜLÜ SƏTHLƏRƏ AİD BƏZİ MƏSƏLƏLƏR Əliyev Nəcəf Yaqub oğlu, Əzizova Nəzrin Təhsin qızı.....	34
17.	FUNKSIONAL DƏRƏCƏLƏNDİRİLMİŞ KOMPOZİT SİLİNDRİN XALIS BURULMADA GƏRGİNLİK VƏZİYYƏTİ Əliyev Vüsal Elgiz oğlu.....	35
18.	UNİVERSAL ƏMSALLAR TEOREMİ Əliyeva Nərgiz Yalçın, Bayramov Sədi Andəm.....	38
19.	ÜSTLÜ FUNKSİYA DAXİL OLAN BƏZİ İFADƏLƏRİN İNTEQRALLANMASI Əlizadə Nihad Əmrah oğlu	39

20.	İKİ TƏRTİBLİ İNTEQRO-DİFERENSİAL İNTEQRO-DİFERENSİAL TƏNLİYİN GÜCLÜ HƏLLİNİN VARLIĞI Əsədov Tofiq Babulla oğlu, Salmanova Könül Alim qızı.....	42
21.	HİPEREYNİLİKLƏR VƏ HİPERMÜXTƏLİFLİKLƏR: MÜASİR SOSİAL STRUKTURUN TRANSFORMASIYASI Əsədzadə Əminə Sərdar qızı.....	45
22.	ANİZOTROP BİRCİNS EKSENTRİK İÇİBOŞ SİLİNDİRDƏ DALĞALARIN YAYILMASI Fərəcova Sona Samir qızı.....	47
23.	RİMAN ÇOXOBRAZLISININ TOXUNAN LAYLANMASINDA TAM LİFT METRİKASI VƏ SASAKİ METRİKASI Fəttayev Həbil Dövlət oğlu, Həmidova Nailə Şahin qızı.....	50
24.	EUR/USD VALYUTA MƏZƏNNƏLƏRİNİN VOLATİLLİYİNİN GARCH MODELLƏRİ ƏSASINDA QIYMƏTLƏNDİRİLMƏSİ VƏ PROQNOZLAŞDIRILMASI Həsənova Nərmin	51
25.	İŞARƏSİ DƏYİŞƏN ÇƏKİLİ BİR QEYRİ-XƏTTİ SƏRHƏD MƏSƏLƏSİNİN NODAL HƏLLƏRİ HAQQINDA Həsənova Ramidə Sələddin qızı	54
26.	DÖRDÜNCÜ TƏRTİB ADI DİFERENSİAL TƏNLİKLƏR ÜÇÜN BƏZİ QEYRİ- XƏTTİ SƏRHƏD MƏSƏLƏLƏRİNİN HƏLLƏRİNİN QLOBAL BİFURKASIYASI Elçin Əli oğlu Məmmədov	57
27.	RASİONAL İNTERPOLYASIYA MƏSƏLƏSİNİN YEGANƏLİYİ Hüseynli Aynur Füzuli qızı , Məmmədova Gülnar Elxan qızı.....	58
28.	AĞILLI TEXNOLOGİYALAR VƏ İQTİSADI TRANSFORMASIYA Hüseynova Yasəmən İsfəndiyar qızı, Rüstəmov Firuzə Mədət qızı, Məmmədova Könül Nizami qızı.....	59

29.	XÜSUSİ QRADİYENT HƏDLİ BİR ÖLÇÜLÜ QEYRİ-STASİONAR KVAZİOPTİKA TƏNLİYİ ÜÇÜN OPTİMAL İDARƏETMƏ MƏSƏLƏSİ İbrahimov Natiq Söhrab oğlu , Mirzəyeva Səlimə Mirzə qızı, Fərzəliyeva Ülkər Mirsamid qızı.....	62
30.	EYNI GƏLƏN VƏ SƏPİLƏN DALĞA HALINDA SƏPİLMƏ MƏSƏLƏSİ İsgəndərova Gülnar Nizaməddin qızı, Qəhrəmanova Ülviyyə Elşad qızı.	66
31.	BİR SINIF DÖRDTƏRTİBLİ DİFERENSİAL TƏNLIK ÜÇÜN QARIŞIQ MƏSƏLƏNİN SANKI HƏR YERDƏ HƏLLİNİN YEGANƏLİYİ İsmayılov Arif İbat oğlu, Teymurlu Püstə Novruz qızı	67
32.	ÇOXÖLÇÜLÜ ŞREDİNGER OPERATORUNUN SPEKTRİ HAQQINDA. Mehrabov Vüqar Abdulla oğlu, Şərifli Asiman Qalib qızı.....	68
33.	XƏTTİ STASİONAR İDARƏETMƏ SİSTEMİ ÜÇÜN λ - ÇEVİRMƏ, QRAMIAN VƏ YUXARI BOHL GÖSTƏRİCİSİNİN BƏZİ XASSƏLƏRİ Məmmədov Elçin Musa oğlu, Hüseynova Mehri Elşad qızı	70
34.	ÜMUMİLƏŞMİŞ SÜRÜŞMƏ İLƏ BAĞLI SUBADDİTİV OPERATORLAR ÜÇÜN BƏRABƏRSİZLİKLƏR Məmmədov Elçin Əli oğlu, Pənahlı Leyla Mahir qızı.....	72
35.	MÜRƏKKƏB QURULUŞLU KONSTRUKSİYA ELEMENTLƏRİ VƏ ONLARIN TƏDQIQI Məmmədov Xəlid Binnət oğlu, Əhmədova Laləzər Süleyman qızı.....	73
36.	ARANJEMANLAR (YERLƏŞDİRMƏLƏR) Məmmədova Alsu Zaur qızı.....	75
37.	KOMBİNATOR DÜŞÜNCƏ FƏLSƏFƏSİ Məmmədova Alsu Zaur qızı.....	77
38.	SÜRƏTLİ HESABLAMA ÜSULLARININ EPİDEMİOLOJİ PROQNOZLAŞDIRMADA ROLU: EYLER-KOŞİ YANAŞMASI Məmmədova Könül Nizami qızı, Hüseynova Yasəmən İsfəndiyar qızı.....	81

39.	TRIQONOMETRIK TƏNLİKLƏR SISTEMI (SINX VƏ COSX NÜMUNƏSİ) Zülfıyyə Məmmədova Həsərət qızı.....	83
40.	TRIQONOMETRIK VƏ TƏRS TRIQONOMETRIK FUNKSIYALARIN TƏDRİSİNDƏ METODİK YANAŞMALAR Məmmədova Zülfıyyə Həsərət qızı.....	87
41.	s – ƏDƏDLƏRİ VƏ ONLARIN BƏZİ XASSƏLƏRİ Məsımova Hıcran Sabır qızı, Aslanbəyova Gülayə Faiq qızı.....	91
42.	λ -DAN ANALİTİK ASILI OLAN OPERATOR FUNKSIYALARIN REZOLVENTİ HAQQINDA Məsımova Hıcran Sabır qızı.....	94
43.	RİYAZİYYATIN TƏDRİSİNDƏ MƏNTİQİ MƏSƏLƏLƏRİN ROLU VƏ EFFEKTİVLİYİ Məmmədova Kəmalə Mirabbas qızı.....	96
44.	İKİ TƏRTİBLİ PARABOLİK TƏNLİK ÜÇÜN BİR QEYRİ-KLASSİK SƏRHƏD ŞƏRTLİ MƏSƏLƏ Mərdanov Misir Cumayıl oğlu, Məmmədova Aytac Süleyman qızı.....	99
45.	5-TƏRTİBLİ NİLPOTENT CƏBR ÜZƏRİNDƏ HOLOMORF FUNKSIYALAR Mirzəzadə Nuranə Elnur qızı, Qurbanova Nərminə Elşən qızı.....	101
46.	ÖLÇÜ TİPLİ SİNGULYAR POTENSİALLI BİR SƏPİLMƏ MƏSƏLƏSİ HAQQINDA Mustafayev Eldar Mahmud oğlu, Günəşova Pərvın Rafət qızı.....	103
47.	PARAMETRİK MƏSƏLƏLƏRİN QRAFİK ÜSULLA HƏLLİ Namazov Faiq Mirzəli oğlu, Əhmədova Çiçək Kamil qızı.....	104
48.	DİOFANT TƏNLİKLƏRİNİN ÖYRƏDİLMƏSİ METODİKASI Namazov Faiq Mirzəli oğlu, Laçınova Aysel İlham qızı.....	105

49.	ŞAGİRDŁƏRİN RİYAZİ BACARIQLARININ YÜKSƏLDİLMƏSİNDƏ KOMBİNATOR TƏFƏKKÜRÜN ROLU Namazov Faiq Mirzəli oğlu, Zeynalova Aynur Aqil qızı.....	107
50.	ALİ MƏKTƏBDƏ ƏDƏDİ SİRALAR NƏZƏRİYYƏSİNİN TƏDRİSİ ZAMANI YARANAN ÇƏTİNLİKLƏR VƏ ONLARIN HƏLLİ YOLLARI Novruzəlizadə Nazilə Namiq qızı.....	109
51.	OXBOYU SIXILAN PRİZMATİK ÇUBUQLARIN QEYRİ-XƏTTİ DAYANIQLIQ ANALİZİ Pirməmmədov İlham Teymur oğlu, Şəmmədli Əkbər Şaban oğlu	111
52.	MÜXTƏLİF GƏRGİNLİK VƏZİYYƏTLƏRİNDƏ OLAN MATERIALLAR ÜÇÜN UZUNMÜDDƏTLİ MÖHKƏMLİK MƏSƏLƏLƏRİNİN RİYAZİ MODELLƏŞDİRİLMƏSİ Piriyev Sahib Aydın oğlu, Şahməmmədov Nemət Əkrəm oğlu	114
53.	İNDEFİNİT ÇƏKİLİ DÖRDÜNCÜ TƏRTİB ADİ DİFERENSİAL TƏNLİKLƏR ÜÇÜN QEYRİ-XƏTTİ MƏXSUSİ QIYMƏT MƏSƏLƏSİNİN SİFİRDAN VƏ SONSUZLUQDAN QLOBAL BİFURKASIYASI Rəxşəndə Bəxtiyar qızı Seyidzadə.....	116
54.	SPEKTRAL METODLARLA BİR QEYRİ-LOKAL SƏRHƏD MƏSƏLƏSİNİN HƏLL OLUNANLIĞININ TƏDQİQİ Qasimov Telman Benser oğlu, Süleymanzadə Zəhra Xəyyam qızı, Səfərova Əfsanə İbrahim qızı.....	119
55.	İSTİLİKKEÇİRMƏ TƏNLİYİ ÜÇÜN BİR QEYRİ-LOKAL SƏRHƏD MƏSƏLƏSİNİN GÜCLÜ HƏLL OLUNANLIĞI HAQQINDA Qasimov Telman Benser oğlu, Feyzullayev İlkin Qadir oğlu	121
56.	KƏSİLMƏ NÖQTƏSİNƏ MALİK BİR DİFERENSİAL OPERATORUN MƏXSUSİ FUNKSIYALARININ ÇƏKİLİ LEBEQ FƏZALARINDA BAZİSLİYİ Qasimov Telman Benser oğlu, Əliyeva Zəhra Elşən qızı.....	123

57.	FUNKSIONALIN MİNİMUMUNU TAPMAQ ÜÇÜN RİS ÜSULUNUN TƏTBİQİ Quliyev Hamlet Fərman oğlu, Quluzadə Səidə Rəsul qızı.....	125
58.	SABİT ƏMSALLI BİR HİBRİD ÜSUL HAQQINDA Quliyeva Arzu Murad qızı, Ocaqverdiyeva Aybəniz Məhəbbət qızı.....	127
59.	ÖZLÜ MAYENİN ELLİPS KƏSİKLİ BORUDA QƏRARLAŞMIŞ HƏRƏKƏTİ Tağıyev Müsrəddin Musa oğlu, Abbaszadə Roza Natiq qızı.....	129
60.	ÖZLÜ MAYENİN DAİRƏVİ BORUDA HƏRƏKƏTİ Müsrəddin Musa oğlu Tağıyev, Həsənli Röya Bilal qızı.....	131
61.	İKİNCİ TƏRTİB ADI DİFERENSİAL TƏNLİKLƏR ÜÇÜN KOŞI MƏSƏLƏSİNİN ADAMS-ŞTÖRMER ÜSULLARI İLƏ ƏDƏDİ HƏLLİ Şəfiyeva Gülşən Xəliq qızı , Əliyeva Şəbnəm İmdar qızı.....	132
62.	DAXİLİ TƏZYİQLİ İÇİBOŞ KÜRƏNİN GƏRGİNLİK VƏZİYYƏTİ Sevdimaliyev Yusif Məmmədəli oğlu, Mamedova Zabikə Namiq qızı.....	135
63.	DAYANIQSIZ PARABOLİK TƏNLİK ÜÇÜN BİR OPTİMAL İDARƏETMƏ MƏSƏLƏSİNDƏ İDARƏEDİCİNİN VARLIĞI. Tağıyev Hikmət Tahir oğlu , Əhmədova Nuranə Elnur qızı.....	137
64.	MAYE-QAZ QARIŞIĞININ FAZA KEÇİDLƏRİNİ NƏZƏRƏ ALARAQ BORUDA HƏRƏKƏT DİNAMİKASININ MODELLEŞDİRİLMƏSİ. Yusibova Ləman Nüsrət.....	139
65.	ALTITƏRTİBLİ HİPERBOLİK TƏNLİK ÜÇÜN BİR LOKAL OLMAYAN SƏRHƏD MƏSƏLƏSİ Yusubov Şakir Şıxı oğlu , Babayeva Səbinə Rövşən qızı	140
66.	ÜÇTƏRTİBLİ YÜKLƏNMİŞ HİPERBOLİK TƏNLİK ÜÇÜN LOKAL OLMAYAN BİR SƏRHƏD MƏSƏLƏSİ Yusubov Şakir Şıxı oğlu, Həsənova Leyla Kazım qızı, Ələkbərova Fatimə Namid qızı.....	142

67.	О СКОРОСТНЫХ СВОЙСТВАХ СЛЕДОВ ФУНКЦИЙ, ПРЕДСТАВЛЕННЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫМИ ОПЕРАТОРАМИ С ПОЧТИ МОНОТОННЫМИ ЯДРАМИ, ГАРМОНИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ФУРЬЕ- БЕССЕЛЯ	
	Абдуллаев Садиг Керим оглы, Гейдарова Руфина Садиг гызы.....	144
68.	ОБ ОДНОМ МУЛЬТИПЛИКАТИВНОМ НЕРАВЕНСТВЕ ДЛЯ ФУНКЦИЙ ДВУХ ПЕРЕМЕННЫХ	
	Абдуллаев Фуад Агджа оглы, Солтанова Раида Валех гызы.....	145
69.	О СКОРОСТИ РОСТА РЕШЕНИЯ ОДНОГО НЕЛИНЕЙНОГО ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА В НЕОГРАНИЧЕННОЙ ОБЛАСТИ.	
	Агаев Эльшад Валигулу оглы, Алиев Сахиб Али оглы	147
70.	ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ВЫСШЕЙ АЛГЕБРЕ: ДОКАЗАТЕЛЬСТВО НЕРАВЕНСТВА МИНКОВСКОГО	
	Гасанова Лейла Казым кызы.....	149
71.	ПРИЛОЖЕНИЕ ДВОЙНЫХ ИНТЕГРАЛОВ К ЗАДАЧАМ МЕХАНИКИ	
	Гасымов Элимага Агагасым оглы, Керимова Арифа Мазахир гызы.....	151
72.	МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФОРМУЛ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ	
	Гасымов Эльмага Агагасым оглы, Гасанли Назрин Хасрат кызы.....	153
73.	НЕПРЕРЫВНОСТЬ В ИНТЕРВАЛЬНОЗНАЧНЫХ ТОПОЛОГИЯХ	
	Гахрамани Джанель Насир гызы, Байрамов Седи Андем оглу.....	155
74.	О НЕОБХОДИМЫХ УСЛОВИЯХ ДЛЯ ЭКСТРЕМУМА В ЗАДАЧЕ С ОГРАНИЧЕНИЕМ В БАНАХОВОЙ РЕШЕТКЕ	
	Садыгов Мисраддин Аллфхверди оглы, Рахманова Фатима Тарлан кызы.....	157

75.	ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ОПИСЫВАЕМЫМИ УРАВНЕНИЕМ ГУРСА-ДАРБУ С ОБОБЩЕННЫМ УПРАВЛЕНИЕМ Садыгов Мисраддин Аллахведи оглы, Гасанова Элнара Элчин кызы	159
76.	ЗАДАЧА ИНТЕГРИРУЕМОСТИ ПОЧТИ КОМПЛЕКСНЫХ СТРУКТУР Султанова Тарана Теймур кызы	162
77.	HOMOLOGICAL GROUP OF THE SOFT TOPOLOGICAL SPACE Abdullayev Sabuhi Eldar, Ayyubzada Sevinj Araz.....	165
78.	ASYMPTOTIC ANALYSIS OF THE NEGATIVE SPECTRUM FOR DIFFERENTIAL OPERATOR WITH OPERATOR COEFFICIENTS. Aghayeva Gulsum Allahyar, Rahimova Kamala Razim.....	167
79.	ON BOUNDEDNESS OF HAUSDORFF OPERATOR IN ORLICZ SPACES Bandaliyev Rovshan, Ruffullazade Aytaj.....	170
80.	ON THE INNER PRODUCTS OF EIGENFUNCTIONS AND ASSOCIATED FUNCTIONS OF A CLASS OF DIFFERENTIAL OPERATORS Əliyev Yaqub Nəcəf, Əliyeva Nərmin Nəcəf.....	172
74.	LIFTS OF VECTOR FIELDS OF VECTOR FIELDS FROM A MANIFOLD TO ITS FRAME BUNDLE Fattayev Habil Dovlat, Adigozalova Gunel Abigul.....	174
75.	INTERPOLATION OF SINGULAR INTEGRALS ON A CIRCLE Huseynli Aynur, Babayeva Nargiz.....	175
76.	GLOBAL EXISTENCE AND UNIQUENESS OF SOLUTIONS FOR ONE TRANSMISSION ACOUSTIC PROBLEM İsayeva Sevdə Elxan	177
77.	MULTIPLIER THEOREMS FOR SOME PERIODIC SETS Quliyev Vüqar Ali	179

78.	ON THE NON-EXISTENCE OF A FEFFERMAN TYPE CONSTRUCTION FOR ANY LACUNARY SET OF DIRECTIONS Quliyev Vuqar Ali.....	180
79.	ON THE SOLVABILITY OF A BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR A FOURTH-ORDER ELLIPTIC EQUATION WITH A PERIODIC AND INTEGRAL CONDITION Matanat Mursalova Bala, Leyla Gonagova Rovshan.....	183
80.	THE SOLUTIONS OF SOME RIEMANN–LIOUVILLE FRACTIONAL INTEGRAL EQUATIONS Musayev Humbat Kazım, Huseynova Khavar Talat.....	185
81.	VARIETY OF BOUNDED DISTRIBUTIVE LATTICES IN THE LATTICE OF INTERPRETABILITY TYPES OF VARIETIES Zamanova Narmina Elchin, Mammadov Oktay Mubarak.....	186
82.	CONSTRUCTION OF FINITE DIFFERENCE SCHEMES FOR THE CAUCHY PROBLEM OF VIDE. Aysel Aladdin Zeynalova.....	188